- ELEKTŘINA A MAGNETISMUS

→ **Elektrický náboj** – Q → elektronování těles = přemístění e^- mezi tělesy a jejich nabití

1, stav tělesa → těleso má náboj, je nabité

2, fyzikální veličina – Q

- $Q = n \cdot e$

  n = počet elementárních nábojů

  e = elementární náboj = velikost náboje elektronu a protonu

  $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C$ → nejmenší možný náboj

- $[Q] = C$ → Coulomb

- 2 druhy nábojů

  → kladný – nedostatek elektronů

  → záporný – přebytek elektronů

  → 2 stejné náboje se odpuzují → $\leftarrow \oplus \qquad \oplus \rightarrow$

  → 2 opačné náboje se přitahují → $\oplus \rightarrow \qquad \leftarrow \ominus$

→ Coulombův zákon:
- → popisuje elektrostatické silové působení nabitých těles
- → Velikost elektrostatické síly, kterou na sebe navzájem působí 2 náboje, je přímo úměrná absolutní hodnotě součinu nábojů a nepřímo úměrná druhé mocnině jejich vzdálenosti
- → Směr síly závisí na druhu nábojů
  - souhlasné náboje → odpuzují se
  - opačné náboje → přitahují se

→ elektrická / elektrostatická síla – F_e

- $F_e \sim |Q_1 \cdot Q_2|$
- $F_e \sim \frac{1}{r^2}$

$$F_e = k \cdot \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{r^2}$$

→ jako Newt. grav. zákon

k = Coulombova konst.

$$Q_1 \xleftrightarrow{\; r \;} Q_2$$

- ve vakuu

$$k \doteq 9 \cdot 10^9 \, N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$$

$$k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}$$

- permitivita vakua – ε_0

$$\varepsilon_0 \doteq 8{,}85 \cdot 10^{-12} \, C^2 \cdot m^{-2} \cdot N^{-1}$$

- v jiném prostředí (dielektrikum)

$$k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$$

$\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r = \varepsilon$

- relativní permitivita – ε_r

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

- $\varepsilon_r = 1$ – vakuum
- $\varepsilon_r \doteq 1$ – vzduch
- $\varepsilon_r > 0$ – ostatní prostředí.

→ elektrické pole je v okolí každého nabitého tělesa a projeví se silovým působením na jiná nabitá tělesa

→ Vektorový model elektrického pole

→ Intenzita elektrického pole − E

$E = \frac{F_e}{|q|}$ F_e = síla, která v daném bodě v daném bodě el. pole působí na vložený náboj q

q = náboj vložený do el. pole jiného náboje

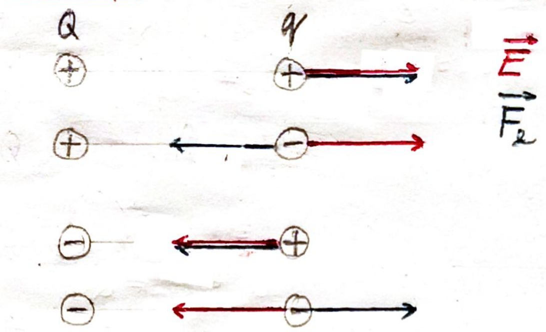
$E = \frac{k\cdot\frac{|Q\cdot q|}{r^2}}{|q|} = \frac{k\cdot|Q|\cdot|q|}{r^2\cdot|q|}$ $[E] = NC^{-1} = V\cdot m^{-1}$

↳ Volt

$E = k\cdot\frac{|Q|}{r^2}$

• směr E

$\vec{E} = \frac{\vec{F_e}}{q}$ → bez || → směr je ovlivňován polaritou q



• $\vec{E} = \frac{\text{směr od}}{\oplus}$ = směr od

• $\vec{E} = \frac{\text{směr k}}{\ominus}$ = směr od

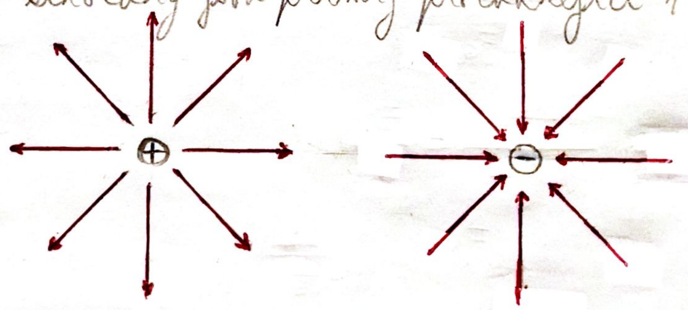
→ směr intenzity elektrického pole, závisí na polaritě náboje, který vyvolává toto el. pole

• elektrické siločáry

→ grafická prezentace tvaru elektrického pole

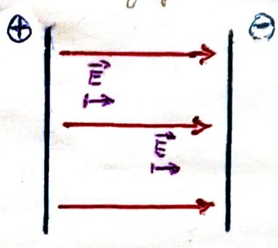
• radiální pole

→ siločáry jsou přímky procházející 1 bodem

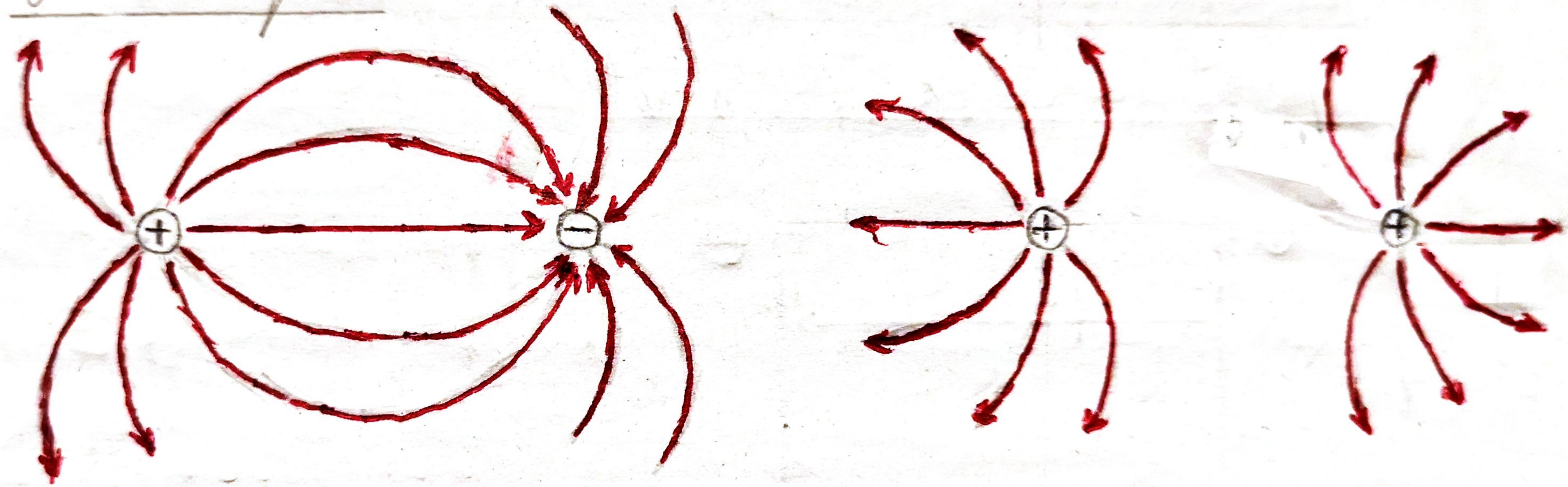


• homogenní pole

→ siločáry jsou rovnoběžné přímky → $\vec{E}$ je všude v poli stejný −(směr)

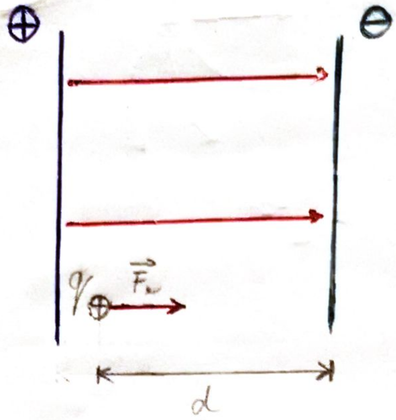


• obecné pole



→ Práce v elektrickém poli

• homogenní elektrické pole



→ do určitého místa el. pole s intenzitou E vložíme náboj Q
→ na náboj působí el. síla F_e, která ho uvede do pohybu ve směru siločáry el. pole

$W = F_e \cdot d$

→ d = vzdálenost, kterou urazí náboj q
→ F_e = elektrická síla působící na náboj q
→ W = práce vykonaná elektrickou silou F_e při přemístění náboje q z jednoho místa na druhé

• $E = \frac{F_e}{|q|}$

$F_e = E \cdot |q|$

→ $W = E \cdot |q| \cdot d$

• elektrické napětí

$U = \frac{W}{|q|}$

• $U = \frac{E \cdot |q| \cdot d}{|q|}$

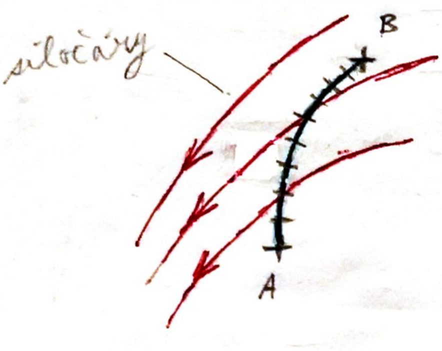
$U = E \cdot d$ → elektrické napětí mezi deskami ve vzdálenosti d

$[U] = N \cdot C^{-1} \cdot m = \text{Volt} = V$

$E = \frac{U}{d}$

$[E] = V \cdot m^{-1}$

• libovolné elektrické pole



→ chci přenést náboj q z bodu A do bodu B
→ v různých částech el. pole je různě velká intenzita E
→ tu trajektorii si rozkouskuju na n dílků o délce d
→ na těchto úsecích je E konstantní

• $W_{AB} = \sum_{i=1}^{n} W_i$ → $W_{AB} = W_1 + W_2 + \ldots + W_n$

• $W_{AB} = \sum_{i=1}^{n} F_{e_i} \cdot d_i \cdot \cos_{\alpha_i}$ → $U_{AB} = \frac{W_{AB}}{|q|}$

• $W_{AB} = \sum_{i=1}^{n} E_i \cdot |q|_i \cdot d_i \cdot \cos_{\alpha_i}$

→ napětí i práce jsou skalární veličiny (nemají vektory)

→ velikost práce není ovlivněna tvarem trajektorie, ale pouze na poloze počátečního a koncového bodu

→ vyruší se tam ty cosiny

→ Potenciální energie v elektrickém poli

- při přemístění náboje q po směru F_e se E_p náboje snižuje
- při přemístění náboje q proti směru F_e se E_p náboje zvětšuje

→ elektrická síla F_e koná práci W, která je rovna změně potenciální energie E_p, náboje q, mezi body A a B

→ $W_{AB} = \Delta E_p$

$$W_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{E_{pA} - E_{pB}}{q}$$

$$U_{AB} = \frac{E_{pA}}{q} - \frac{E_{pB}}{q} \rightarrow U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

- elektrický potenciál – φ – fí

$$\varphi = \frac{E_p}{q}$$

- E_p = potenciální energie náboje q v daném místě elektrického pole

$[\varphi] = J \cdot C^{-1} = V$ – skalární veličina

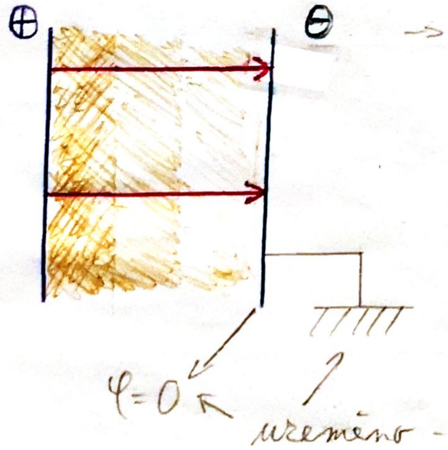
→ povrch země a tělesa vodivě spojená se zemí jsou místa nulového potenciálu → $\varphi = 0$

→ uzemněná tělesa

- $\varphi = \frac{W}{q}$ → φ je podíl práce, kterou vykonají síly elektrického pole při přenesení kladného náboje q z daného místa el. pole na povrch země a tohoto náboje

na místo s nulovým φ

- znázornění el. pole pomocí el. potenciálu



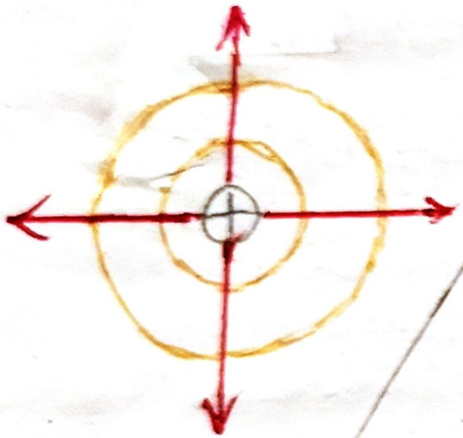
→ body o stejném el. potenciálu tvoří roviny

→ ekvipotenciální hladiny/plochy

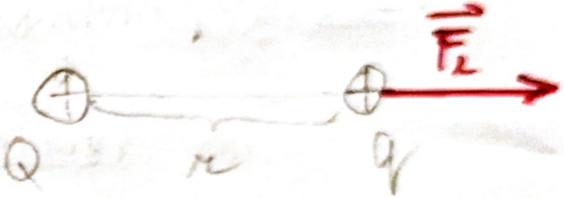
→ ekvipotenciální plochy jsou vždy kolmé na siločáry

- siločáry
- hladiny

el. potenciál v radiálním poli



$$\varphi = \frac{W}{q}$$



$$F_e \cdot r = W$$

$$k \cdot \frac{|Q \cdot q|}{r^2} \cdot r = W$$

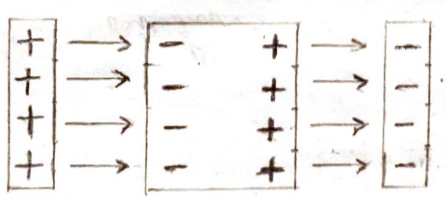
$$\frac{k \cdot |Q \cdot q|}{r} = W$$

$\rightarrow$ $\underline{\varphi = k \cdot \frac{|Q|}{r}}$ $\rightarrow$ platí i v homogenním poli

$E = k \cdot \frac{|Q|}{r^2}$ $\rightarrow$ $\underline{\varphi = E \cdot r}$

→ Vodič v elektrickém poli

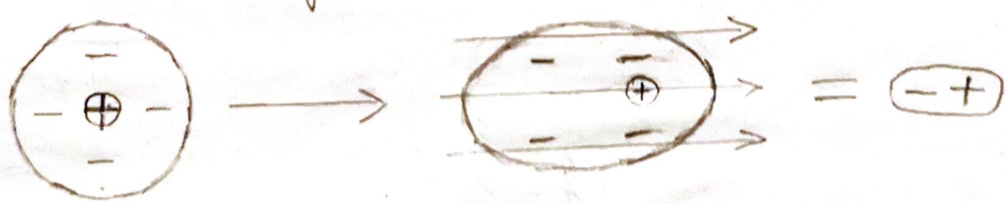
- → do homogenního pole umístím vodič
  - → ve vodiči vznikne dočasné elektrické pole
    - → způsobí pohyb volných elektronů
      - → ty se hromadí tam, kde siločáry vstupují do vodiče → tato strana = ⊖
      - → druhá strana = ⊕
      - → toto zelektrování vodiče se nazývá **elektrostatická indukce**
  - → tento děj probíhá tak dlouho, až pole indukovaných nábojů zruší v celém objemu tělesa původní el. pole & **intenzita** pole všude uvnitř vodič je **nulová**



úplně to zruší to původní pole

→ Izolant v elektrickém poli

- → izolant = dielektrikum
- → izolanty nemají volné elektrony
- → atomová polarizace dielektrika
  - → v elektrickém poli se jádra atomů posouvají ve směru siločar el. pole → ⊕
  - → záporné elektronové obaly se posouvají opačným směrem ⊖
  - → z atomů vznikají **elektrické dipóly**

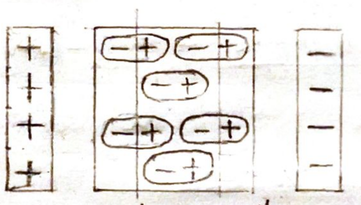


→ orientační polarizace dielektrika

→ atomy některých látek už mají tvar dipólů
- → tyhle dipóly ale nejsou uspořádané → neprojevují se
- → v el. poli se usměrní
  - → kladné póly se natočí ve směru siločar

→ vznik povrchových vázaných nábojů při polarizaci dielektrika

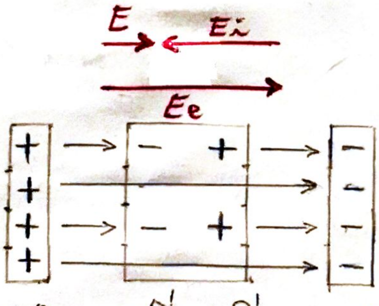
- → v místech kde siločáry vstupují do dielektrika vzniká tenká vrstva záporných nábojů → ⊖
- → na druhé straně vzniká tenká vrstva kladných nábojů → ⊕
- → tyto náboje jsou vázány na dipóly a nelze je z dielektrika odvést



+Q −Q' +Q' −Q

- → náboje, které vznikly (−Q', +Q') vytvářejí vnitřní elektrické pole s intenzitou E_i → interní namířenou proti E_e → externí = intenzita původního vnějšího pole, které polarizaci vyvolalo
  - → výsledná intenzita $\vec{E}$ má směr intenzity $\vec{E}_e$, ale je menší
- → $\varepsilon_r = \frac{E_e}{E}$ = relativní permitivita dielektrika

↳ $k = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}$



+Q −Q' +Q' −Q

→ Elektrické pole nabitého vodivého tělesa

→ náboj přivedený na těleso se rozloží pouze na jeho vnějším povrchu

→ koule o poloměru R

- náboj se rozloží rovnoměrně po celém povrchu koule
- v okolí této koule vzniká stejné el. pole, jako kdyby celý náboj Q byl soustředěn v jejím středu

→ intenzita elektrického pole koule

$$E = k \cdot \frac{|Q|}{r^2}$$

↳ uvnitř koule je intenzita nulová

→ vzdálenost od středu koule

→ elektrický potenciál

→ potenciál uvnitř koule je všude stejný, jako na jejím povrchu

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{R}$$

→ plošná hustota náboje - σ - sigma

→ charakterizuje rozložení náboje na určité ploše vodivého tělesa

$$\sigma = \frac{Q}{S} \qquad [\sigma] = C \cdot m^{-2}$$

→ u koule je plošná hustota všude stejná

$$\rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{|Q|}{R^2} = \frac{1}{4\pi R^2} \cdot \frac{|Q|}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{|Q|}{S \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$$

$$\rightarrow E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

→ nepravidelné těleso

→ náboj se nerozloží rovnoměrně

→ větší hustota je na hrotech a hranách tělesa

→ v dutinách je hustota náboje malá.

→ intenzita elektrického pole

→ uvnitř tělesa je nulová

→ největší intenzita je v blízkosti hran a hrotů

→ nejmenší je v dutinách

→ elektrický potenciál

→ uvnitř tělesa je všude stejný jako na jeho povrchu

→ plošná hustota náboje

$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}$ – velikost náboje na určité ploše
– určitá plocha

$\rightarrow E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$ $[\sigma] = C \cdot m^{-2}$

→ Kapacita vodiče – C

→ připojíme-li osamocený vodič ke svorce zdroje, získá stejný potenciál, jaký má svorka

→ náboj na vodiči je přímo úměrný jeho potenciálu

$Q = C \cdot \varphi \rightarrow Q = C \cdot U \rightarrow [C] = A \cdot s$

↳ kapacita vodiče

$[C] = \frac{C}{V} = F$ = farad

→ kapacita vodiče závisí na jeho tvaru a velikosti

→ Kapacita osamoceného kulového vodiče o poloměru R

$\varphi = k \cdot \frac{Q}{R}$

$\left.\begin{array}{l} Q = \varphi \cdot \frac{R}{k} \\ Q = \varphi \cdot C \end{array}\right\} C = \frac{R}{k}$

→ Kondenzátor

→ deskový kondenzátor je tvořen 2 rovnoběžnými deskami o plošném obsahu S a vzdálenosti d

→ připojíme - li desky ke svorkám zdroje, vznikne na desce s vyšším potenciálem kladný náboj → +Q a na desce s nižším potenciálem záporný náboj → -Q

→ mezi deskami vznikne homogenní elektrické pole s intenzitou E

$$E = \frac{U}{d} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$$

→ φ_1 = potenciál svorky u ⊕ desky

→ φ_2 = potenciál svorky u ⊖ desky

→ využiju vztahy plošné hustoty náboje

$$\left.\begin{array}{l} \sigma = \dfrac{Q}{S} \\ E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \end{array}\right\} E = \frac{Q}{S \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$Q = \frac{S \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{d} \cdot U$$

$$Q = C \cdot U$$

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} \qquad C = \frac{S \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{d}$$

↳ kapacita deskového kondenzátoru

→ S = účinná plocha

↳ plocha ve které se desky překrývají

→ druhy kondenzátorů

– rozlišujeme je podle dielektrika

→ papír, plastová fólie, sklo, slída, keramika, elektrolyt

– otočné deskové kondenzátory → měnitelná kapacita

→ změnami účinné plochy

→ spojování kondenzátorů

– paralelním nebo sériovým spojením kondenzátorů dostaneme soustava se dvěma svorkami, která se chová jako jediný kondenz.

• paralelní spojení kondenzátorů

→ oba kondenzátory se nabijí na napětí zdroje U

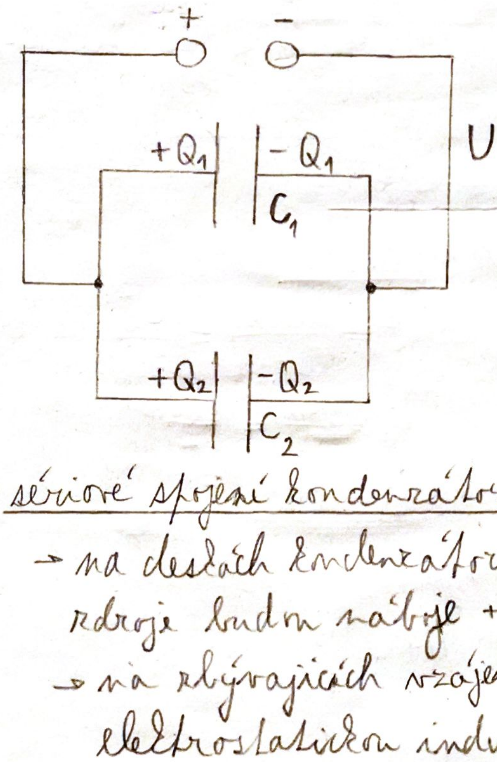
→ celkový náboj $Q = Q_1 + Q_2$ $U = U_1 = U_2$

$Q = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U$

$Q = U(C_1 + C_2)$

$Q = C \cdot U \Rightarrow C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$

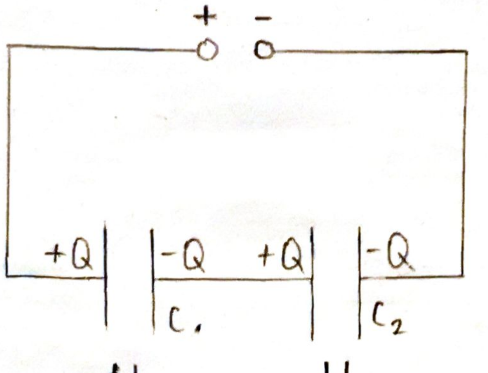
celková kapacita



• sériové spojení kondenzátorů

→ na deskách kondenzátorů spojených se svorkami zdroje budou náboje $+Q, -Q$

→ na zbývajících vzájemně spojených deskách se vytvoří elektrostatickou indukcí stejně velké náboje opačného znaménka



$U = U_1 + U_2 \rightarrow U = \frac{Q}{C}$ $Q = Q_1 = Q_2$

$\Rightarrow \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$ dosadím

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$

$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots$

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$

→ energie kondenzátoru

- při nabíjení a vybíjení kondenzátoru dochází k pohybu náboje, při kterém elektrické síly konají práci
- v kondenzátoru při nabíjení vzniká a při vybíjení zaniká elektrické pole
  ⇒ toto pole má elektrickou energii
- kondenzátor se nabíjí ze zdroje o napětí U
- při vybíjení se napětí mezi deskami postupně zmenšuje úměrně s nábojem na deskách
  ⇒ náboj je přenášen při menším napětí než na počátku
- celková elektrická práce při vybití = počáteční energie

průměrná hodnota $U = \frac{1}{2} U$

$$W = E_e = \frac{1}{2} U \cdot Q$$ → průměrná hodnota napětí při vybíjení z max na min

$Q = C \cdot U \Rightarrow E_e = \frac{1}{2} C \cdot U^2$

evropský sociální fond v ČR

EVROPSKÁ UNIE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1) Jak velkou elektrickou silou se odpuzují dva elektrony ve vakuu, je-li jejich vzájemná vzdálenost 1 m? Kolikrát je elektrická síla, kterou se elektrony navzájem odpuzují, větší než gravitační síla, kterou se navzájem přitahují? (Elektrický náboj elektronu je $1{,}602.10^{-19}$ C, hmotnost elektronu $9{,}11.10^{-31}$ kg, permitivita vakua $8{,}85.10^{-12}$ $C^2.N^{-1}.m^{-2}$, gravitační konstanta $6{,}67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$)

$(F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \doteq 2{,}31.10^{-28}\ N;\ \frac{F_e}{F_g} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k} \cdot \frac{e^2}{m_e^2} \doteq 4.10^{42})$

2) Ve vrcholech rovnostranného trojúhelníku o délce strany 1 m jsou ve vakuu umístěny bodové náboje +1 nC, +1 nC a -1 nC. Vypočítejte velikost intenzity elektrického pole těchto tří nábojů v těžišti trojúhelníku a velikost elektrické síly, kterou kladné náboje působí na záporný. ($\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ $C^2.N^{-1}.m^{-2}$)

$(E = \frac{1}{\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{a^2} \cdot \cos^2 30°.(1 + 2.\cos 60°) = \frac{3}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|Q|}{a^2} \doteq 54\ N.C^{-1};$

$F = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|Q^2|}{a^2} \cdot \cos 30° = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|Q^2|}{a^2} \cdot \sqrt{3} \doteq 1{,}56.10^{-8}\ N)$

3) Vodivá koule ve vakuu nabitá elektrickým nábojem 15 nC má elektrický potenciál 1,8 kV. Vypočítejte poloměr koule, hustotu elektrického náboje na povrchu koule a intenzitu elektrického pole ve vzdálenosti 1 m od středu koule. Jaký by byl elektrický potenciál koule, pokud by byla nabita nábojem 0,1 nC? ($\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ $C^2.N^{-1}.m^{-2}$)

$(R = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varphi} \doteq 7{,}5.10^{-2}\ m = 75\ mm;\ \sigma = \frac{4\pi\varepsilon_0^2\varphi^2}{Q} \doteq 2{,}13.10^{-7}\ C.m^{-2} = 213\ nC.m^{-2};$

$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} = 135\ N.C^{-1};\ \varphi' = \varphi \cdot \frac{Q'}{Q} = 12\ V)$

4) Kondenzátor s keramickým dielektrikem o relativní permitivitě 700 má desky o účinné ploše 20 cm^2 ve vzdálenosti 17,7 mm je nabitý elektrickým nábojem 350 nC. Vypočítejte kapacitu kondenzátoru, elektrické napětí mezi deskami kondenzátoru a intenzitu elektrického pole mezi deskami kondenzátoru. ($\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ $C^2.N^{-1}.m^{-2}$)

$(C = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{d} = 7.10^{-10}\ F = 700\ pF;\ U = \frac{d}{\varepsilon_0\varepsilon_r S} \cdot Q = 500\ V;\ E = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r S} \doteq 28.10^3\ V.m^{-1} = 28\ kV.m^{-1})$

5) Jaká je vzájemná vzdálenost dvou bodových nábojů 10 μC, které na sebe působí ve vakuu elektrickou silou o velikosti 10 N?

6) Při přenesení náboje 0,25 μC mezi dvěma izolovanými vodiči byla vykonána práce 10^{-3} J. Jaké je elektrické napětí mezi vodiči?

ELEKTROSTATIKA

(1) $r = 1\,m$
elektrony $\rightarrow Q = e$

$F_e,\ \frac{F_e}{F_g} = ?$

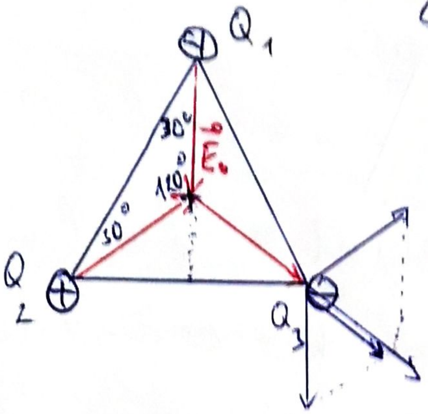
$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e\cdot e}{r^2} \doteq \underline{\underline{2{,}31\cdot 10^{-28}\,N}}$$

$$F_g = G\cdot\frac{m_e\cdot m_e}{r^2} \Rightarrow \frac{F_e}{F_g} = \frac{k\cdot e^2}{G\cdot m_e^2} \doteq \underline{\underline{4\cdot 10^{42}}}$$

$F_e \gg F_g$

(2) $Q_1 = Q_2 = 1\,nC$
$Q_3 = -1\,nC,\ a = 1$

$E,\ F_e = ?$



$x^2 = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

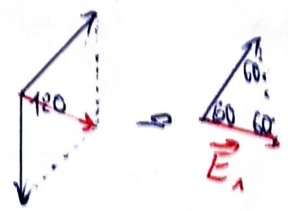
$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$r = \frac{2}{3}x = \frac{2}{3}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$E = E_0 + E_1 = 2E_0$$

$$E_0 = k\cdot\frac{Q_1}{r^2}$$

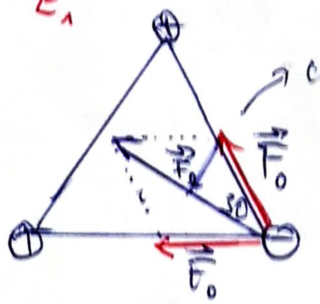
$$E = 2k\frac{Q_1}{r^2}$$



$\Rightarrow E_1 = E_0$

$$E = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{10^{-9}}{\frac{1}{3}}\,NC^{-1}$$

$$E = \frac{3\cdot 10^{-9}}{2\pi\varepsilon_0} \doteq \underline{\underline{54\,NC^{-1}}}$$



$\cos(30°) = \frac{\frac{1}{2}F_e}{F_0}$ *

$$* \quad F_e = 2F_0\cdot\cos(30°) = 2F_0\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\,F_0$$

$$F_e = \sqrt{3}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{|Q_1 Q_3|}{a^2} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0}\cdot 10^{-18}\,N \doteq \underline{\underline{1{,}56\cdot 10^{-8}\,N}}$$

(3) $Q = 15\,nC$
$\varphi = 1{,}8\,kV$

$R, \sigma = ?$
$r = 1\,m: E = ?$
$Q' = 0{,}1\,nC : \varphi' = ?$

$$\boxed{\varphi = k\cdot\frac{Q}{R}} \Rightarrow R = \frac{k\cdot Q}{\varphi} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 15\cdot 10^{-9}}{1800}\,m = \frac{9\cdot 15}{9\cdot 200}\,m$$

$$R = \frac{3}{40}\,m = \underline{\underline{7{,}5\,cm}}$$

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4\cdot\pi R^2} = \frac{15\cdot 10^{-9}}{4\pi\cdot\frac{9}{1600}}\,Cm^{-2} = \frac{15\cdot 400\cdot 10^{-9}}{\pi\cdot 9}\,Cm^{-2}$$

$$= \frac{20\cdot 10^{-7}}{3\pi}\,Cm^{-2} \doteq 2{,}12\cdot 10^{-7}\,Cm^{-2} = \underline{\underline{212\,nCm^{-2}}}$$

- $r = 1\,m \rightarrow E = ?$

$$E = k\cdot\frac{Q}{r^2} = 9\cdot 10^9\cdot 15\cdot 10^{-9}\,NC^{-1} = \underline{\underline{135\,NC^{-1}}}$$

- $Q' = 0{,}1\,nC \rightarrow \varphi' = ?$

$$\varphi' = k\cdot\frac{Q'}{R} = k\cdot\frac{Q}{R}\cdot\frac{Q'}{Q} = \varphi\cdot\frac{Q'}{Q} = 1800\cdot\frac{0{,}1}{15}\,V = \frac{180}{15}\,V = \underline{\underline{12\,V}}$$

(4) $\varepsilon_r = 700$

$S = 20\,cm^2 = 20\cdot 10^{-4}\,m^2$

$d = 17{,}7\,mm = 17{,}7\cdot 10^{-3}\,m$

$Q = 350\,\mu C$

$C, U, E = ?$

$$C = \frac{S}{d}\varepsilon_0 \varepsilon_r = \frac{2\cdot 10^{-3}}{17{,}7\cdot 10^{-3}}\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 700\,F$$

$$C = \frac{17{,}7}{17{,}7}\cdot 10^{-10}\cdot 7\,F = 7\cdot 10^{-10}\,F = \underline{\underline{700\,pF}}$$

$$Q = C\cdot U \Rightarrow U = \frac{Q}{C} = \frac{350\cdot 10^{-9}}{7\cdot 10^{-10}}\,V$$

$$U = \frac{3500}{7}\,V = \underline{\underline{500\,V}}$$

$$E = \frac{U}{d} = \frac{500}{17{,}7\cdot 10^{-3}} \doteq \underline{\underline{28{,}2\,kV\,m^{-1}}}$$

(5) $Q_1 = Q_2 = 10\,\mu C$

$F_e = 10\,N$

$r = ?$

$$F_e = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{k\cdot Q^2}{F_e} \Rightarrow r = Q\sqrt{\frac{k}{F_e}}$$

$$\Rightarrow r = 10^{-5}\cdot\sqrt{\frac{9\cdot 10^9}{10}}\,m = 10^{-5}\cdot 3\cdot\sqrt{10^8}\,m = \underline{\underline{0{,}3\,m}}$$

(6) $W = 10^{-3}\,J$

$Q = 0{,}25\,\mu C$

$U = ?$

$$U = \frac{W}{Q} = \frac{10^{-3}}{\frac{1}{4}\cdot 10^{-6}}\,V = 4\cdot 10^{3}\,V = \underline{\underline{4\,kV}}$$