STŘÍDAVÝ PROUD

→ ⓪ = zdroj střídavého napětí

→ závit se otáčí v homogenním mag. poli s úhlovou frekvencí ω

$\Rightarrow \varphi = \omega \cdot t$

→ okamžité harmonické napětí – u

$\Rightarrow u = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ → harmonické elektrické napětí

$\Rightarrow U_m$ = amplituda napětí

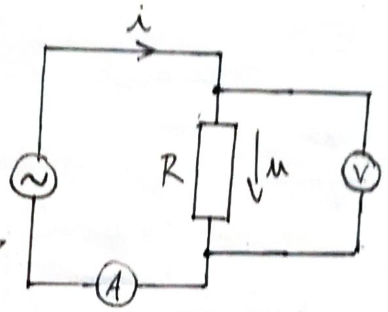
→ obvody střídavého proudu

→ proud mění svoji velikost i směr obvodem

$\Rightarrow i$ = okamžitá hodnota proudu

→ různé prvky obvodu s parametry

- rezistor – R – odpor
- cívka – L – indukčnost
- kondenzátor – C – kapacita



→ obvod s rezistorem

$u = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$

amplituda proudu

$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t) \Rightarrow i = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ $\quad I_m = \frac{U_m}{R}$

$\Rightarrow u, i$ mají oba stejnou fázi $(\omega \cdot t)$ ⇒ jsou ve fázi

→ výkon střídavého proudu – p $\quad$ $\boxed{R = \text{Rezistance}}$

→ stejnosměrný → $P = U \cdot I = R \cdot I^2$

→ střídavý → okamžitý výkon: $p = u \cdot i = R \cdot i^2$ $\quad \wedge \; [p] = \text{Watt}$

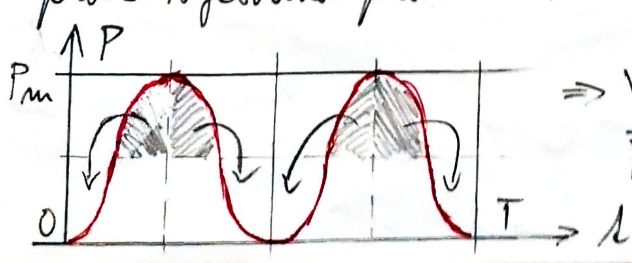
$\Rightarrow p = R \cdot (I_m \cdot \sin(\omega \cdot t))^2 = R \cdot I_m^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)$

$\Rightarrow p = P_m \cdot \sin^2(\omega \cdot t)$ $\quad P_m = R \cdot I_m^2$ → amplituda výkonu proudu

→ střední hodnota výkonu – $\overline{P}$

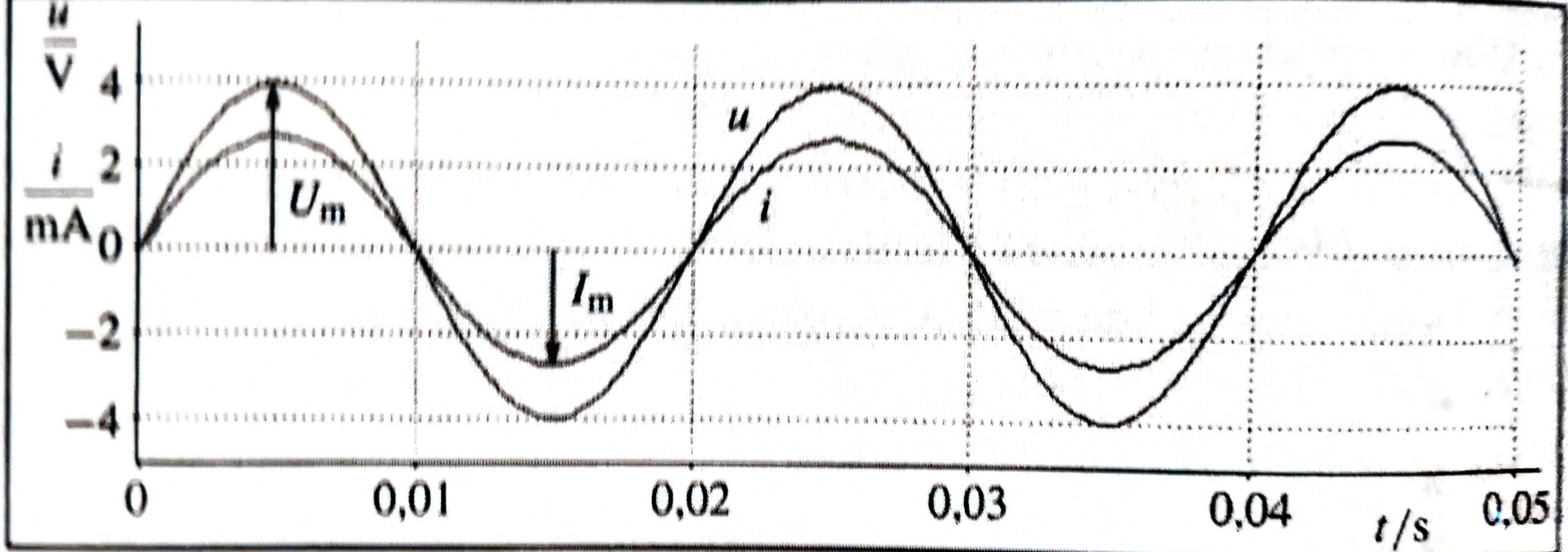
→ práce vykonaná proudem za 1 T = obsah obrazce pod křivkou

↳ protože $W = P \cdot t$



$\Rightarrow W = \frac{1}{2} P_m \cdot T$

$\overline{P} = \frac{W}{T} \Rightarrow \overline{P} = \frac{1}{2} P_m = \frac{1}{2} R \cdot I_m^2 = \frac{1}{2} U_m \cdot I_m$



9-2 Časový diagram napětí a proudu

→ efektivní hodnota střídavého proudu – I

→ obvodem prochází takový stejnosměrný proud, že jeho výkon je roven $\overline{P}$ střídavého proudu

$$\Rightarrow R\cdot I^2 = \frac{1}{2} R\cdot I_m^2 \Rightarrow I^2 = \frac{1}{2} I_m^2 \Rightarrow I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

→ efektivní hodnota střídavého napětí – U

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \wedge I = \frac{U}{R} \Rightarrow \frac{U}{R} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow U = \frac{R\cdot I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$\left.\begin{aligned} &\Rightarrow \overline{P} = \frac{1}{2} I_m \cdot U_m \\ &I\cdot U = \frac{1}{2} I_m \cdot U_m \end{aligned}\right\} \overline{P} = U\cdot I$$

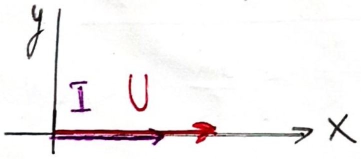
→ u nás: $U = 230\,V \Rightarrow U_m = U\cdot\sqrt{2} = 230\sqrt{2} \doteq 325\,V$

→ fázor

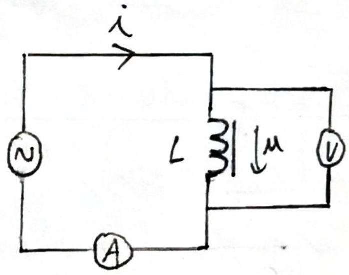
→ orientovaná úsečka popisující střídavé napětí nebo proud

- délka úsečky = amplituda v efektivní hodnota – podle druhu diagramu
- úhel který svírá fázor s kladným směrem osy x = počáteční fáze napětí

⇒ fázorový diagram pro obvod s R:



→ střídavý obvod s cívkou – indukčnost



→ ideální cívka → zanedbáváme odpor

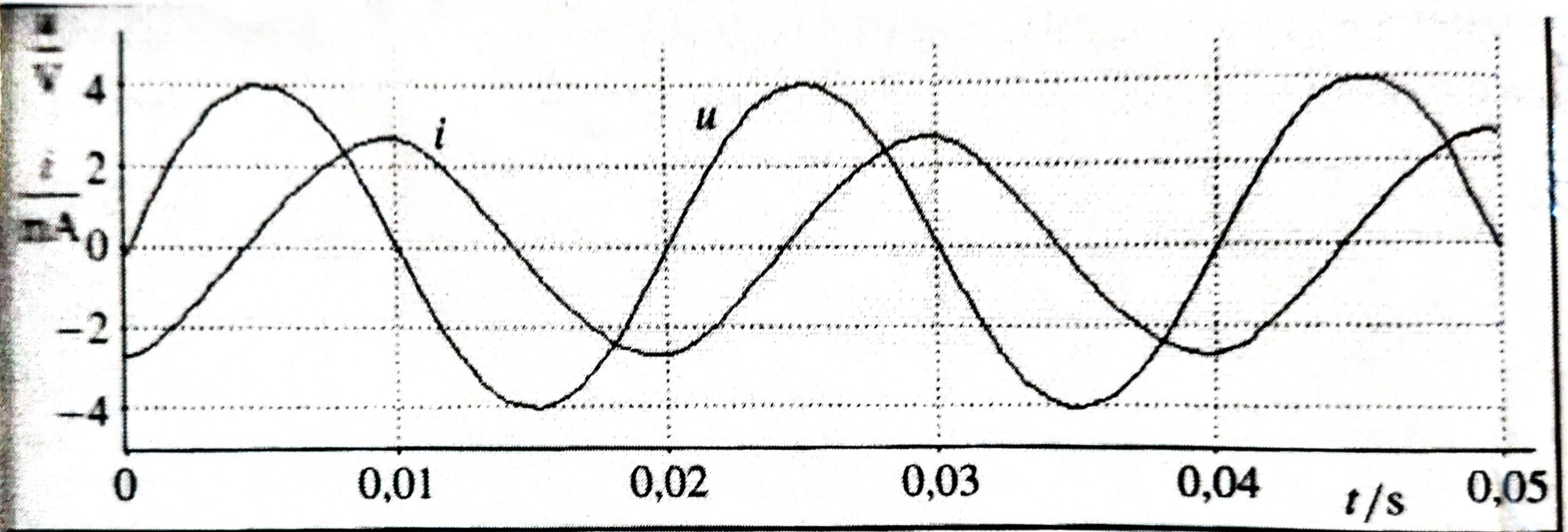
→ Lenzův zákon:

po připojení zdroje ~ vzniká v cívce měnící se magnetické pole → na cívce se indukuje napětí s opačnou polaritou než má napětí zdroje

⇒ působí proti průchodu proudu ⇒ napětí předbíhá proud

$$\Rightarrow i = 0 \Leftrightarrow u = U_m \quad \wedge \quad i = I_m \Leftrightarrow u = 0$$

→ vlastní indukčnost cívky → proud se opožďuje



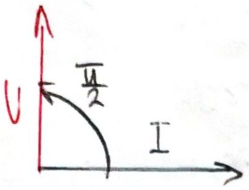
■-6 Časový diagram napětí a proudu v obvodu s cívkou

→ $i = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ ∧ $u = U_m \cos(\omega \cdot t)$

$= U_m \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$

⇒ fázový rozdíl – $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

→ fázorový diagram →



→ induktance – X_L

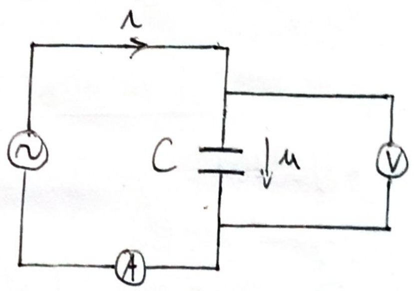
$X_L = \frac{U}{I}$ > efektivní hodnoty

$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2\pi f$

$[X_L] = \frac{V}{A} = \Omega$

→ induktance není odpor, protože se práce elektrických sil mění na energii mag. pole cívky – ne na teplo

→ obvod s kondenzátorem – kapacita



→ mezi deskami se mění intenzita el. pole a polarizace dielektrika

→ kondenzátorem proud neprochází, ale střídavě se nabíjí a vybíjí

⇒ měříme u mezi deskami

⇒ napětí se opožďuje za proudem

$i = I_m \sin(\omega \cdot t)$ ∧ $u = -U_m \cos(\omega t)$

$= U_m \sin(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2})$

⇒ fázový rozdíl – $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$

→ kapacitance – X_C → pozn.: $C = \frac{Q}{U}$ $[C] = F$

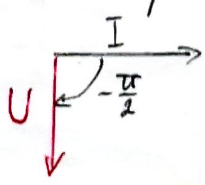
$X_C = \frac{U}{I}$ > efektivní hodnoty

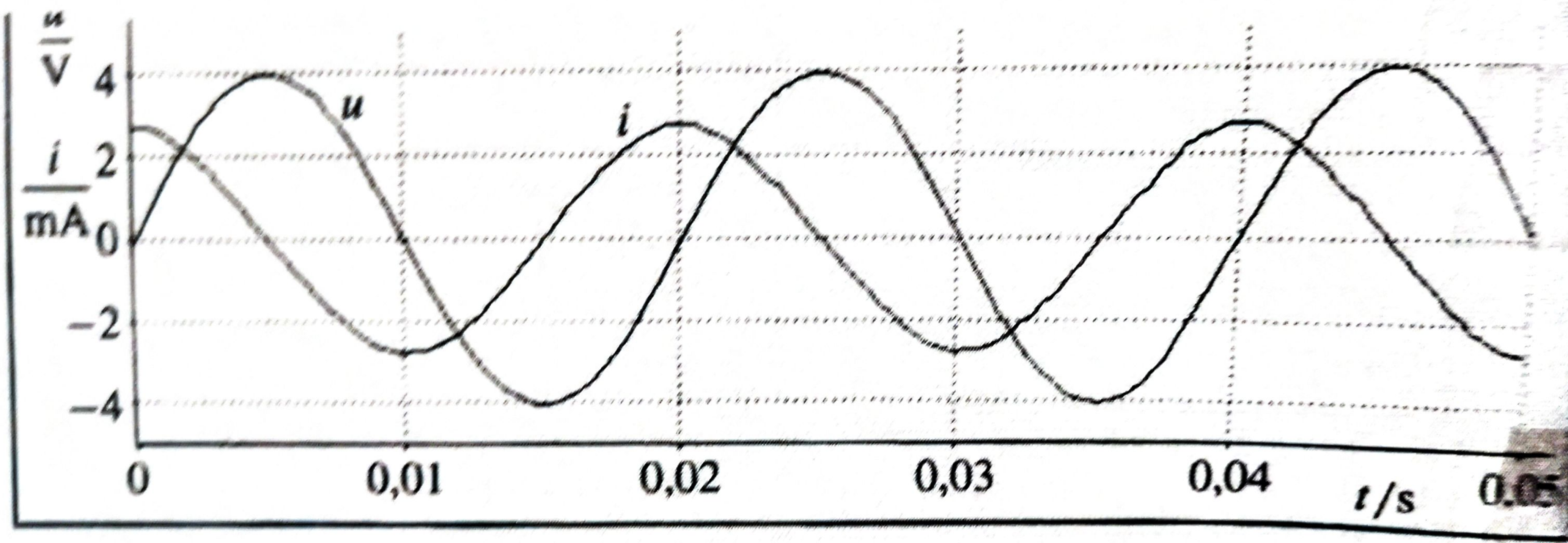
$X_C = \frac{1}{C \cdot \omega} = \frac{1}{C \cdot 2\pi f}$

$[X_C] = \frac{V}{A} = \Omega$

→ není to odpor ⇒ práce el. sil se mění v energii el. pole mezi deskami

→ fázorový diagram

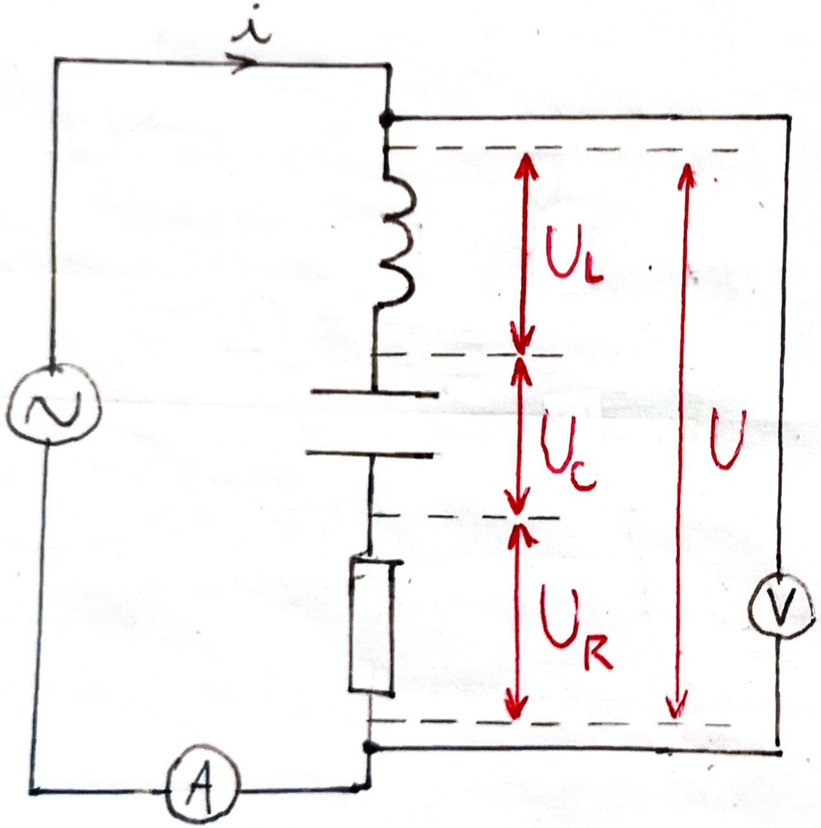


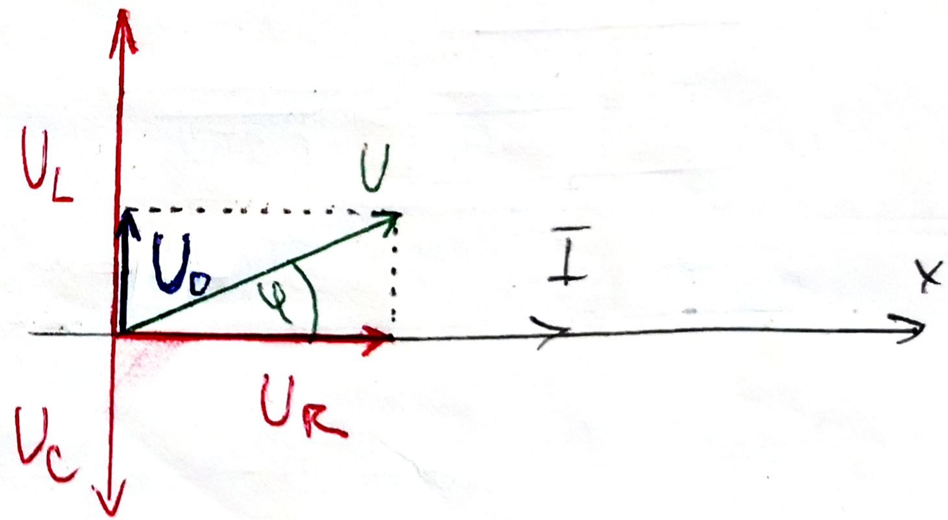


9-8 Časový diagram napětí a proudu v obvodu s kondenzátorem

→ Složený obvod – sériové zapojení
= RLC v sérii

→ proud obvodem je všude stejný
→ napětí je na prvcích různé
→ fázový diagram





$$\Rightarrow U^2 = U_R^2 + U_0^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \rightarrow U_R = I\cdot R$$

$$U_L = I\cdot X_L$$

$$U_C = I\cdot X_C$$

$$U = \sqrt{I^2\cdot R^2 + (I\cdot X_L - I\cdot X_C)^2}$$

$$U = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \Rightarrow \text{Reaktance: } X = X_L - X_C$$

$\Rightarrow$ Impedance: $Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\cdot\omega - \frac{1}{C\cdot\omega}\right)^2}$ $[Z] = \Omega$

→ efektivní hodnoty v tom obvodu

→ fázový posun napětí a proudu – φ

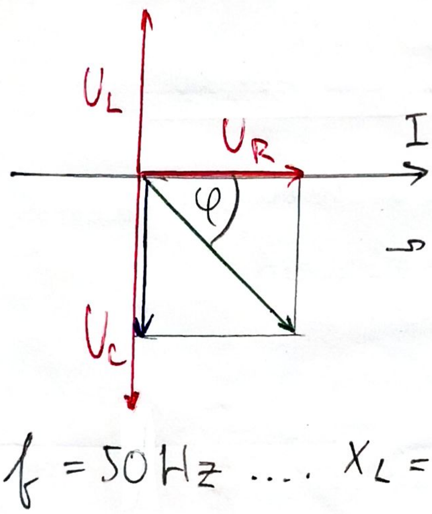
→ Resonance

$$X_L = X_C \Rightarrow L\cdot\omega_0 = \frac{1}{C\cdot\omega_0} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{L\cdot C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}}$$

$\Rightarrow X_L = X_C \Rightarrow U_L = U_C \Rightarrow \varphi = 0°$ – fázový posun je nulový

→ příklady

• $X_L = R \wedge X_C = 2R \rightarrow \varphi = ?$ → $U_L = U_R = \frac{1}{2} U_C$



→ $\varphi = -45°$

• $f = 50\,Hz \;\ldots\; X_L = 2X_C$
$f' = ? \;\ldots\; X_L = X_C$
jak se musí změnit frekvence aby nastala resonance

$$f': L\cdot\omega_0' = \frac{1}{C\cdot\omega_0'} \Rightarrow \omega_0'^2 = \frac{1}{L\cdot C} \Rightarrow 2\pi f' = \sqrt{\frac{1}{L\cdot C}}$$

$$f: L\cdot\omega_0 = \frac{2}{C\cdot\omega_0} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{2}{L\cdot C} \Rightarrow \frac{1}{L\cdot C} = \frac{1}{2}\omega_0^2$$

$$\Rightarrow 2\pi f' = \sqrt{\frac{\omega_0^2}{2}} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \Rightarrow f' = \frac{f}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow f' = \frac{50}{\sqrt{2}} \doteq 35{,}35\,Hz$$

→ <u>Činný výkon střídavého proudu</u> – P

- činný výkon odpovídá té části energie dodávané zdrojem, která se mění v teplo nebo užitečnou práci

→ <u>obvod s R</u> – $\Delta\varphi = 0$

⇒ energie dodaná zdrojem se mění v teplo ⇒ $P = \bar{P} = U \cdot I$

→ <u>obvod s L</u> – $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

⇒ energie dodaná zdrojem se mění na energii mag. pole cívky (a naopak – vybíjení) ⇒ $P = 0$

→ <u>obvod s C</u> – $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$

⇒ energie dodaná zdrojem se mění na energii kondenzátoru (a pak se vybíjí) ⇒ $P = 0$

$[P] = W$

⇒ $\underline{P = U \cdot I \cdot \cos(\Delta\varphi)}$ ∧ $\Delta\varphi$ = fázový rozdíl

$= \bar{P} \cdot \cos(\Delta\varphi)$

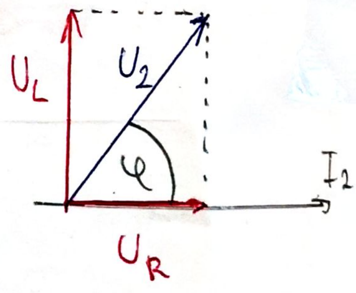
$\underline{\cos(\Delta\varphi) = \text{účiník}}$

→ rozdíl obsahů ploch nad časovou osou a pod časovou osou odpovídá činnému výkonu → obrázek

→ <u>příklad na RLC v sérii</u>

$U_1 = 50\,V$
$I_1 = 0{,}1\,A$ } stejnosměrný s cívkou

$U_2 = 120\,V$
$I_2 = 0{,}05\,A$
$f = 500\,Hz$ } střídavý se stejnou cívkou
↳ není ideální ⇒ má R



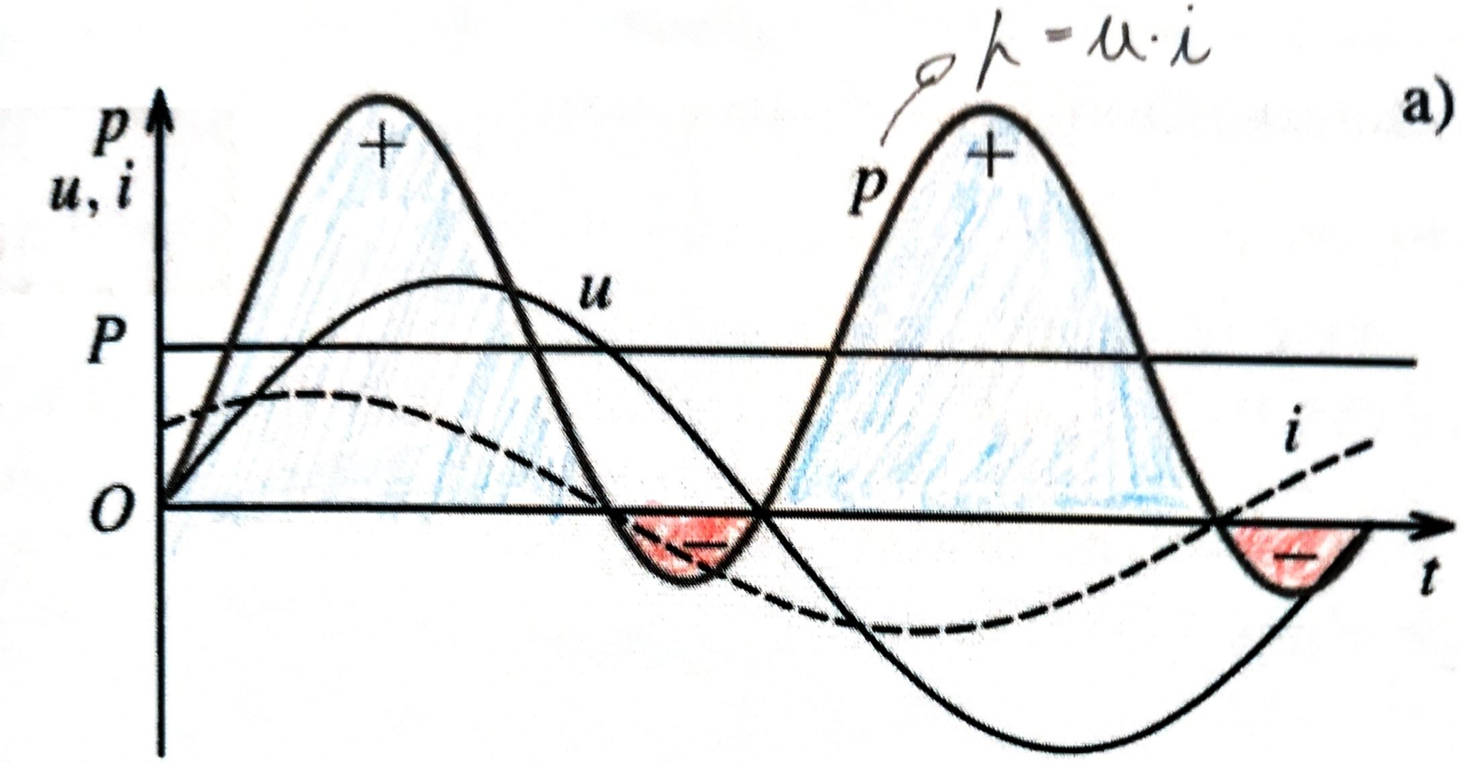
<u>$R_{cívky}$, Z, X_L, L, φ = ?</u>

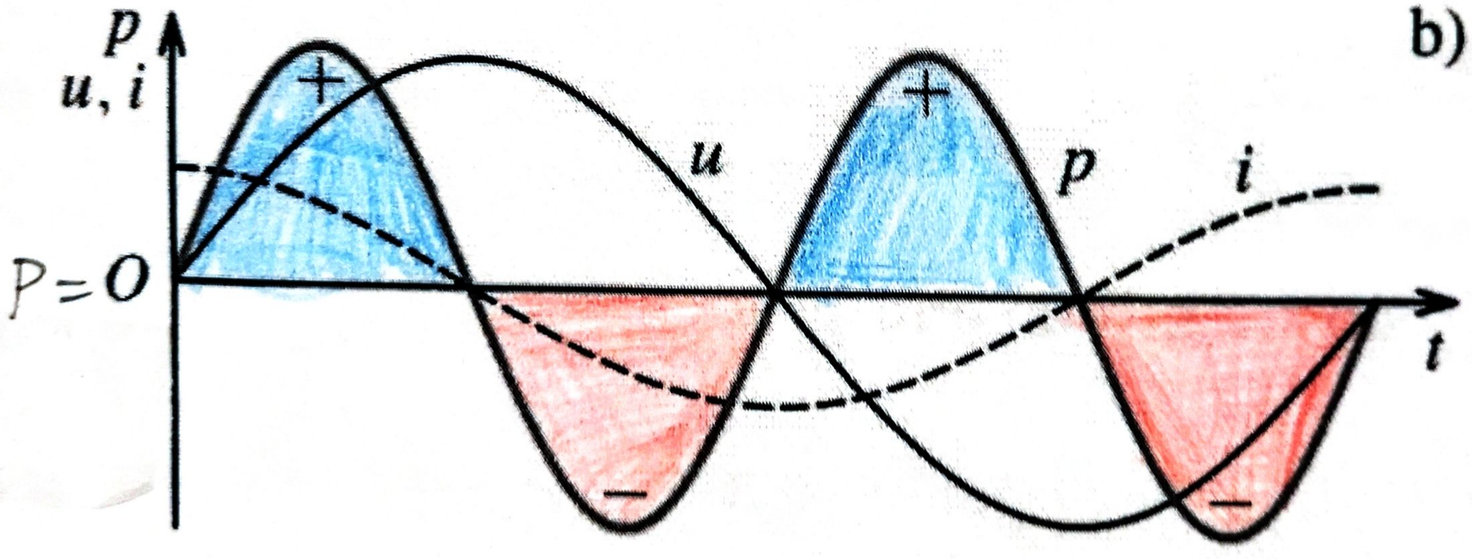
- $R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{50}{0{,}1} = \underline{\underline{500\,\Omega}}$
- $Z = \frac{U_2}{I_2} = \frac{120}{0{,}05} = \underline{\underline{2400\,\Omega}}$
- $Z^2 = R^2 + X_L^2$

$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{2400^2 - 500^2} \doteq \underline{\underline{2347}}$

- $X_L = L \cdot \omega \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} \doteq \frac{2347}{2\pi \cdot 500} \doteq \underline{\underline{0{,}75\,H}}$
- $\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{X_L}{R} \doteq \frac{2347}{500}$

⇒ $\underline{\underline{\varphi \doteq 78°}}$





9-9 Časový diagram výkonu v obvodu střídavého proudu při a) $0 < \varphi < \frac{1}{2}\pi$, b) $\varphi = \frac{1}{2}\pi$

15 - Střídavý proud, obvody střídavého proudu

1) Střídavý proud má amplitudu 100 mA a frekvenci 2 MHz. Za jakou dobu od počátečního okamžiku (i = 0) bude okamžitá hodnota proudu 25 mA?

2) Oscilační obvod se skládá z kondenzátoru o kapacitě 100 pF a z cívky o indukčnosti 64 μH. Vypočítej periodu a frekvenci vlastního kmitání oscilátoru.

3) Oscilační obvod, jehož cívka má indukčnost 0,50 mH, kmitá s frekvencí vlastního kmitání 1,0 MHz. Jaká je kapacita kondenzátoru v obvodu?

4) Oscilační obvod tvoří kondenzátor o kapacitě 10 μF a cívka s měnitelnou indukčností.

V jakém intervalu se musí měnit indukčnost cívky, aby se frekvence vlastního kmitání oscilačního obvodu měnila v intervalu od 400 Hz do 500 Hz?

5) Jeden oscilační obvod má parametry: indukčnost cívky 3 mH a kapacitu kondenzátoru 2 μF. Druhý oscilační obvod, spojený s prvním vazbou, má parametry: indukčnost cívky 4 mH a kapacitu kondenzátoru 1 μF. Jsou obvody v rezonanci? Jestliže nejsou, urči, jak je třeba upravit parametry druhého obvodu, aby nastala rezonance.

STŘÍDAVÝ PROUD. OBVODY STŘÍDAVÉHO PROUDU

1) $I_m = 100\,mA$

$f = 2\cdot 10^6\,Hz$

$i = 25\,mA$

$t = ?$

$$i = I_m \sin(2\pi f t) \Rightarrow 2\pi f t = \arcsin\left(\frac{i}{I_m}\right)$$

$$t = \frac{1}{2\pi f}\arcsin\left(\frac{i}{I_m}\right)$$

$$t = \frac{1}{4\pi\cdot 10^6}\arcsin\left(\frac{1}{4}\right)\,s \doteq \underline{1{,}6\,ms}$$

2) $C = 100\,pF = 10^{-10}\,F$

$L = 64\,\mu H = 64\cdot 10^{-6}\,H$

$T, f = ?$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\cdot 8\cdot 10^{-8}}\,Hz \doteq \underline{2\,MHz} \qquad T = \frac{1}{f} \doteq \underline{5\cdot 10^{-7}\,s}$$

3) $L = 5\cdot 10^{-4}\,H$

$f_0 = 10^6\,Hz$

$C = ?$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow \sqrt{C} = \frac{1}{2\pi f\sqrt{L}} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2\cdot 10^{12}\cdot 5\cdot 10^{-4}}\,F = \frac{1}{2\pi^2\cdot 10^9}\,F \doteq 0{,}05\,nF = \underline{50\,pF}$$

4) $C = 10^{-5}\,F$

$f_1 = 400\,Hz$

$f_2 = 500\,Hz$

$L_1, L_2 = ?$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C}$$

5) $L_1 = 3\cdot 10^{-3}\,H$

$C_1 = 2\cdot 10^{-6}\,F$

$L_2 = 4\cdot 10^{-3}\,H$

$C_2 = 10^{-6}\,F$

$$\left.\begin{aligned}\omega_1 &= \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}}\\ \omega_2 &= \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}\end{aligned}\right\} \quad L_1C_1 = L_2C_2$$

musí platit:

$L_2C_2 = 6\cdot 10^{-9}\,HF$

např.: $C_2 = \frac{3}{2}$

Jak mám upravit druhý obvod aby nastala rezonance?