

GEOMETRICKÁ OPTIKA

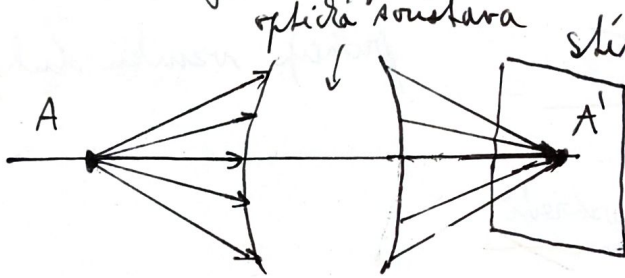
• Optické soustavy fungují na základě těchto principů:

- přímé šíření světla
- zákon lomu a zákon odrazu
- nezávislost chodu světelných paprsků

• Optické soustavy = zobrazovací S.

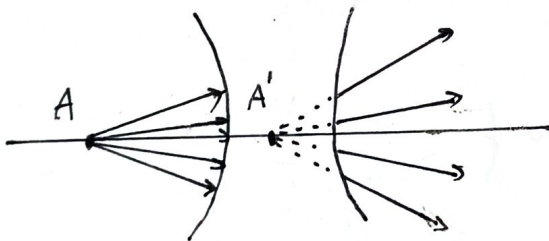
- jsou složeny ze zrcadel, čoček a optických hranolů = zobrazovací prvky
- mění směr chodu světelných paprsků \rightarrow vzniká obraz předmětu
- např.: oko, lupa, mikroskop, dalekohled, fotoaparát...

① ze soustavy vystupuje sbíhavý svazek paprsků



v průsečíku paprsků vzniká reálný obraz, který lze zachytit na stínítku

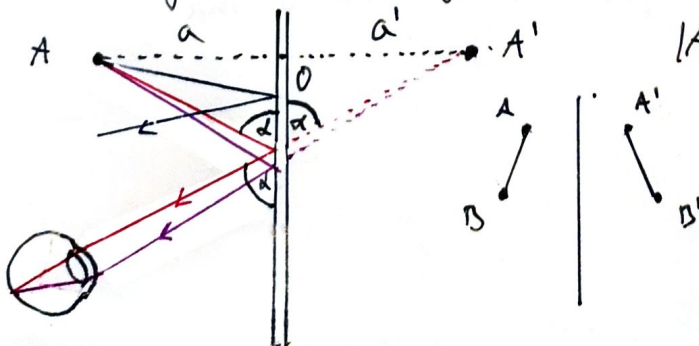
② ze soustavy vystupuje rozběhavý svazek paprsků



obraz není možné zachytit na stínítku. obraz A' vidíme v průsečíku, který vznikne zpětným prodloužením paprsků \Rightarrow vzniká zdánlivý obraz

• Rovinné zrcadlo

- zobrazení odrazem na lesklé rovinné ploše
- z bodu A vychází rozběhavý svazek paprsků \rightarrow odraží se od zrcadla \rightarrow oko vytvoří zdánlivý obraz za zrcadlem

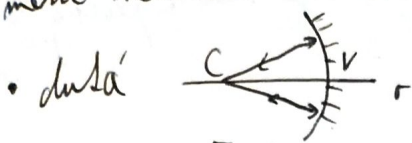


$$|AO| = |A'O| \Rightarrow \underline{a = a'}$$

Vzniká obraz zdánlivý, nepřímý, stejně velký jako předmět a souměrný s předmětem podle roviny zrcadla

Kulové zrcadlo

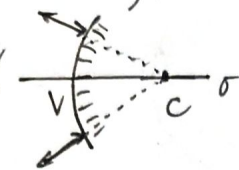
→ mění velikost obrazu, ale nedeformuje jeho tvar



• dutá

C = střed křivosti

• vypuklá



V = vrchol zrcadla

$|CV|$ = poloměr křivosti

→ zobrazování provádíme v paraxiálním prostoru = prostor v blízkosti optické osy

významné paprsky

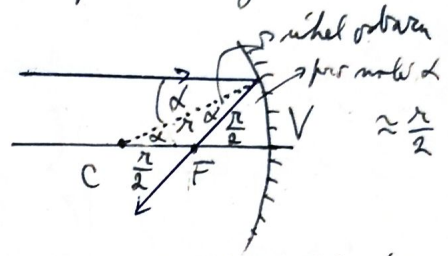
1) prochází středem křivosti

2) jsou rovnoběžné s optickou osou

→ pro malé α $|VF| = \frac{r}{2} = f$

• ohnisková vzdálenost - $f = \frac{r}{2}$

F = ohnisko = bod ve kterém se paprsky protínají



$\left. \begin{array}{l} \text{duté zrcadlo: skutečné ohnisko } f > 0 \\ \text{vypuklé zrcadlo: zdánlivé ohnisko } f < 0 \end{array} \right\} \text{ znaménková konvence}$

3) prochází ohniskem a odrazí se rovnoběžně s osou \Rightarrow reflektory

• duté zrcadlo - přední strana vzdálenost = a
obrazová vzdálenost = a'

• $a > r \rightarrow$ zmenšený, převrácený, skutečný

• $r > a > f \rightarrow$ zvětšený

• $a < f \rightarrow$ zvětšený, vzpřímený, zdánlivý

} zobrazování odpovídá spojkce

vypuklé zrcadlo

• obraz je vždy zmenšený, vzpřímený, zdánlivý

- vzpřímený obraz $\rightarrow y' > 0$ } znaménková konvence

- převrácený obraz $\rightarrow y' < 0$

- skutečný obraz $\rightarrow a' > 0$ } znaménková konvence

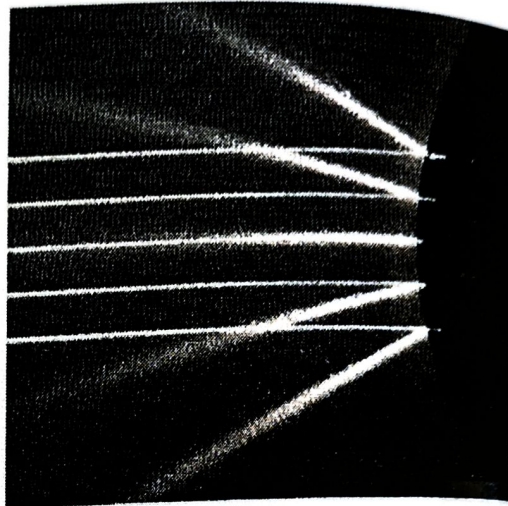
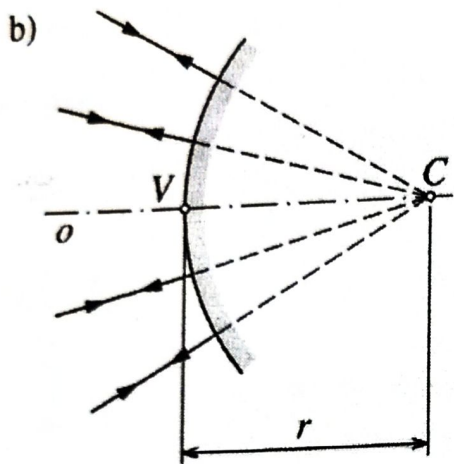
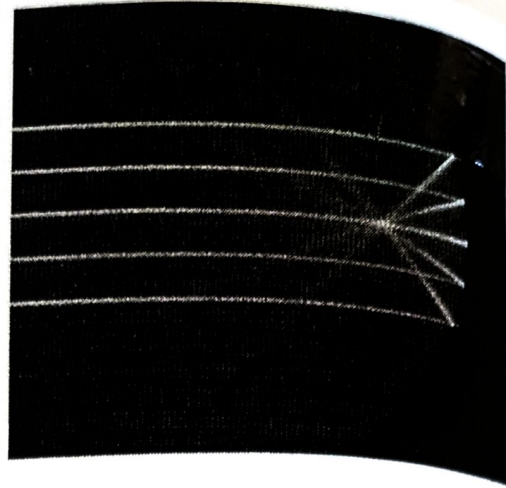
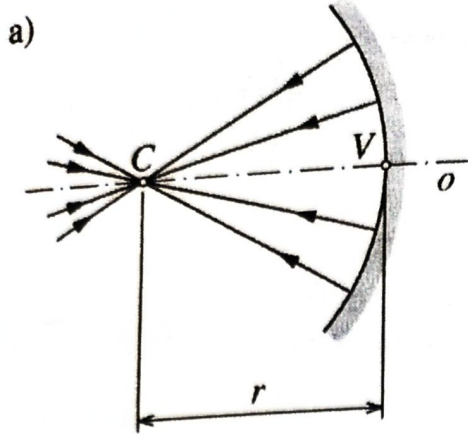
- zdánlivý obraz $\rightarrow a' < 0$

zdánlivý \Leftrightarrow vzpřímený

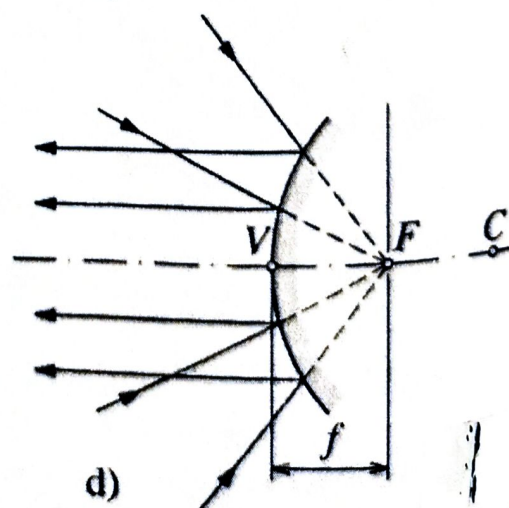
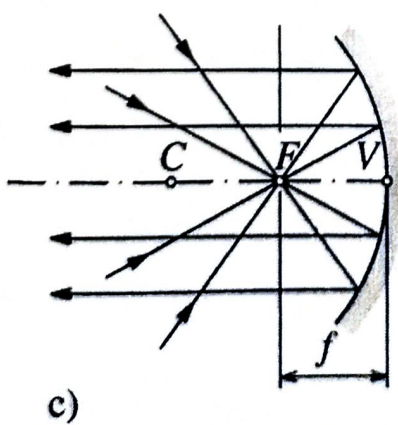
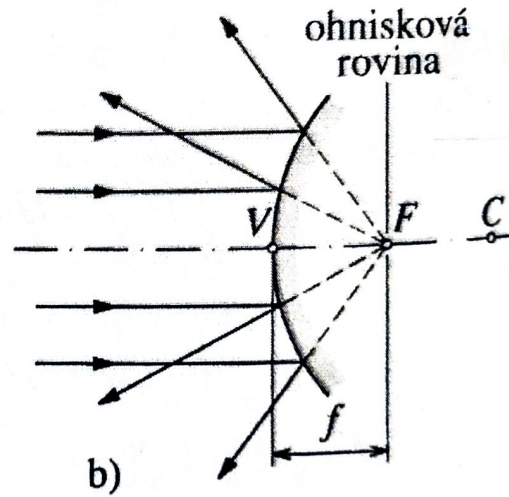
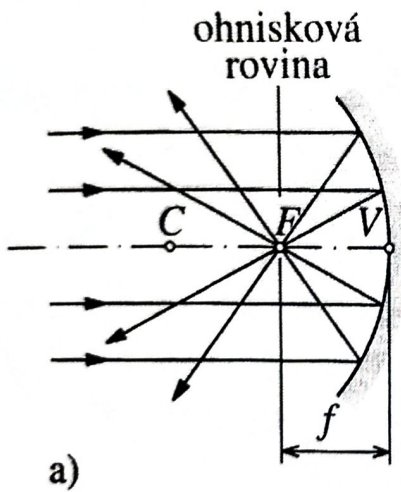
skutečný \Leftrightarrow převrácený

zvětšení $z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}$

zobrazovací rovnice $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$



2-8 Kulové zrcadlo: a) duté, b) vypuklé





2-9 Význačné paprsky

• Čočky

- většinou ze skla, mají 1 n než rohlí, tvoří je kulové plochy


• Spojky - vytváří sbíhavý svazek


• dvojvypuklé  \rightarrow poloměr ke flaké části $\rightarrow \infty$

• ploskovypuklé 

• dutovypuklé  $r_{dutá} > r_{vypuklá}$

• Rozptylky - vytváří rozptylový svazek

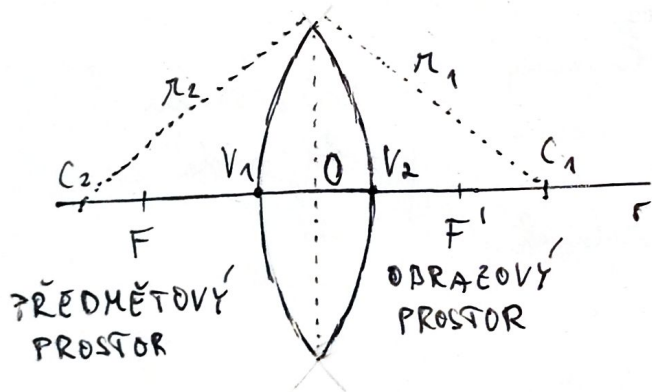
• dvojduté 

• plosloduté 

• vypukloduté  $r_{dutá} < r_{vypuklá}$

$\rightarrow r > 0$ - vypuklé plochy - konvexní } znaménková rovnice
 $r < 0$ - duté plochy - konkávní

• Spojka I



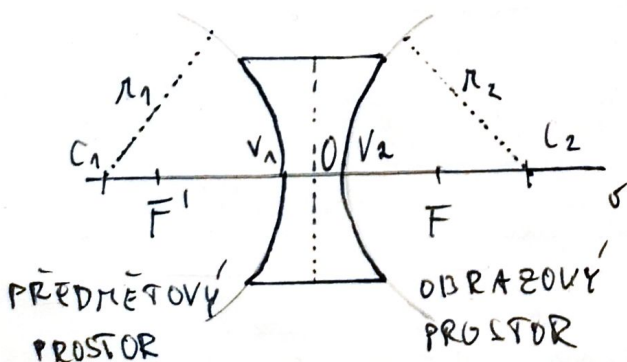
optická osa - σ

- leží na ní středy křivosti C_1, C_2
- a vrcholy kulových ploch V_1, V_2
- a optický střed čočky O

- F = předmiotové ohnisko - σ předmět. p.
- F' = obrazové ohnisko - σ obraz. p.

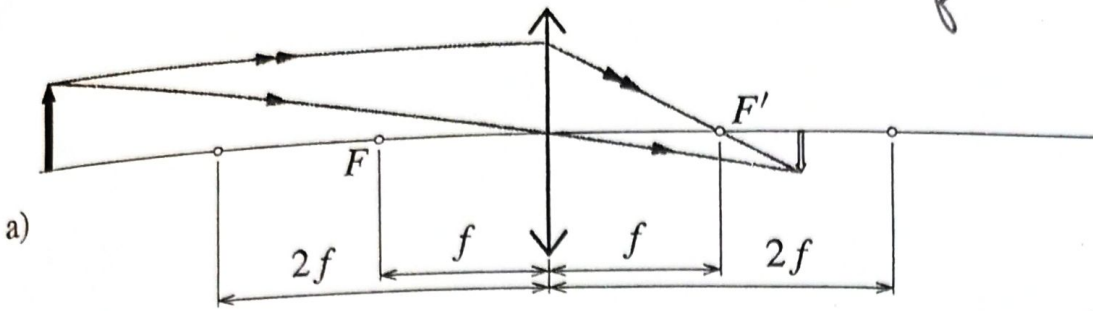
• Rozptylka I

\rightarrow obraz je vždy zmenšený, vzpřímený a reálný



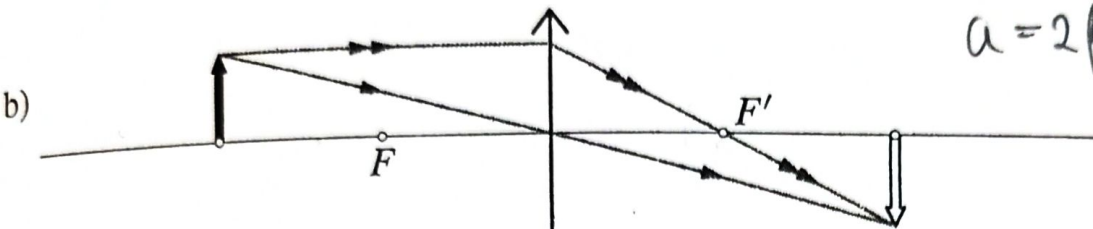
- F = předmět. ohnisko - σ obraz. prostor
- F' = obraz. ohnisko - σ předmět. prostor

$a > 2f \rightarrow$ zmenšený



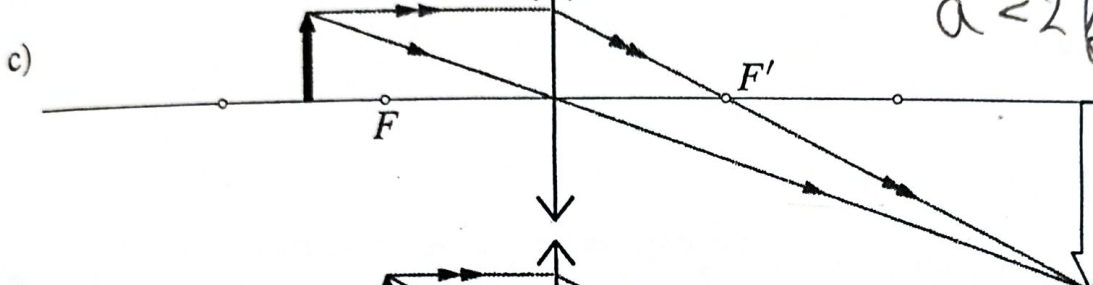
a)

$a = 2f \rightarrow$ stejná velikost

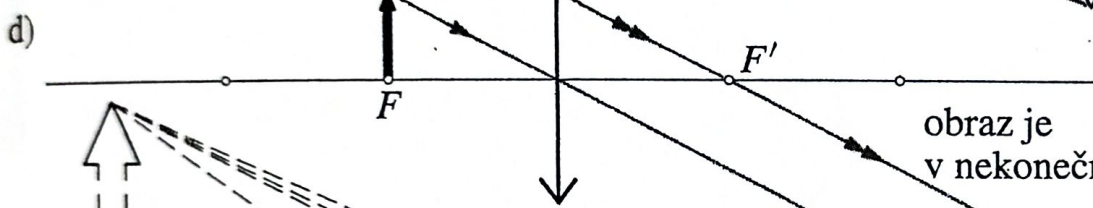


b)

$a < 2f \rightarrow$ zvětšený



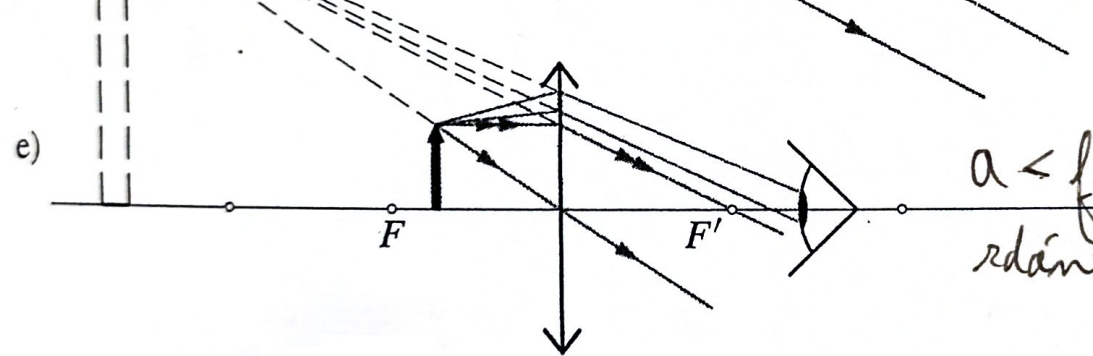
c)



d)

$a = f$

obraz je v nekonečnu

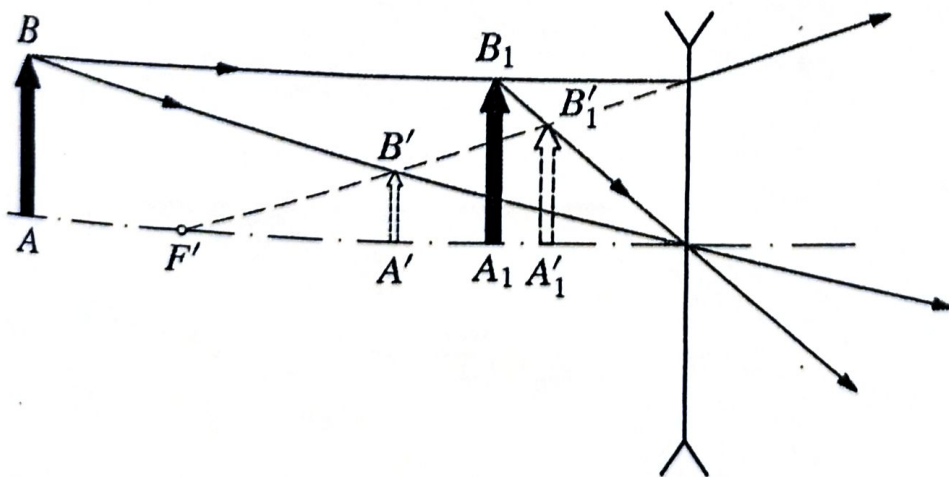


e)

$a < f \rightarrow$ zvětšený, zdánlivý, vpravený

2-27 Zobrazení spojkou

zmenšený, zdánlivý, vpravený



Tenka čočky

- ideálna čočka

$$- v_1 \equiv 0 \equiv v_2$$

- $|OF| = f$ - predmet. ohnisková vzdialenosť } $f = f' =$ ohnisková vzdialenosť
- $|OF'| = f'$ - obrazová ohnisková vzdialenosť

- zobrazovanie priamočiarne & paraciálnym prostom = blízko optická osi σ

Optická mohutnosť čočky - φ

$n > 0$ vyhrubeľ plochy

$n < 0$ duté plochy

$f > 0$ spojka

$f < 0$ rozptyľka

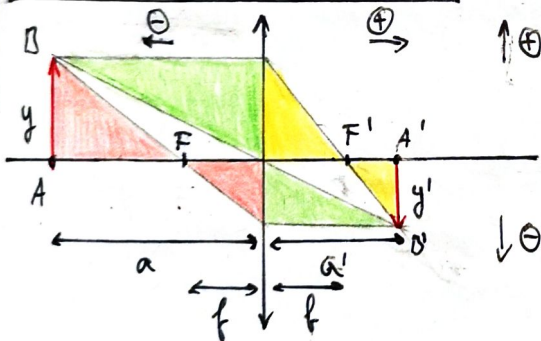
} znaménková rovnica

$$\underline{\varphi = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)} \quad \underline{[\varphi] = \frac{1}{m} = D = \text{dioptrie}}$$

$n_2 =$ index lomu čočky

$n_1 =$ index lomu prostredia

Zobrazovanie tenkou čočkou



Znaménková rovnica

$y' > 0$ vzpriamený

$y' < 0$ prevrátený

$a > 0$ vtedy

$a' > 0$ skutočný

\Rightarrow obraz v o. prostorn

$a' < 0$ zdánlivý

\Rightarrow obraz v p. prostorn

Príčné zväčšenie - $z = \frac{y'}{y}$

$$\bullet \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}$$

a', y' majú opačnou znaménkovú rovniciu

$$\bullet \frac{y'}{y} = -\frac{f}{a-f}$$

$$\bullet \frac{y'}{y} = -\frac{a'-f}{f}$$

$$\underline{z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} = -\frac{f}{a-f} = -\frac{a'-f}{f}}$$

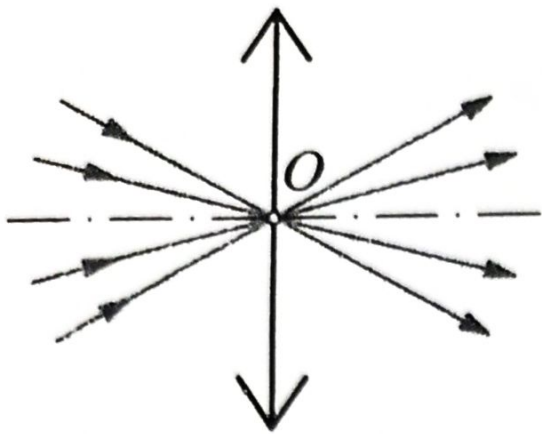
$z > 0$ zdánlivý

$z < 0$ skutočný

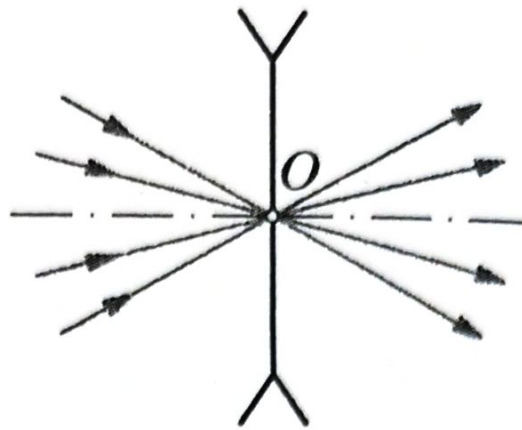
Zobrazovacia rovnica čočky

$$z = -\frac{a'}{a} = -\frac{f}{a-f} \Rightarrow a'a - a'f = af$$

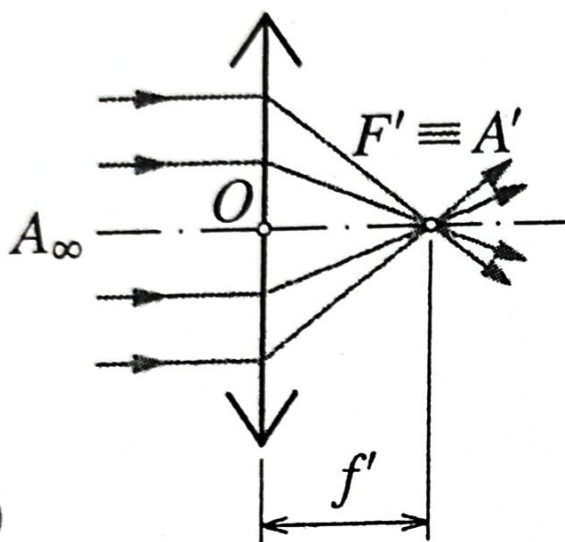
$$\Rightarrow \underline{\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}}$$



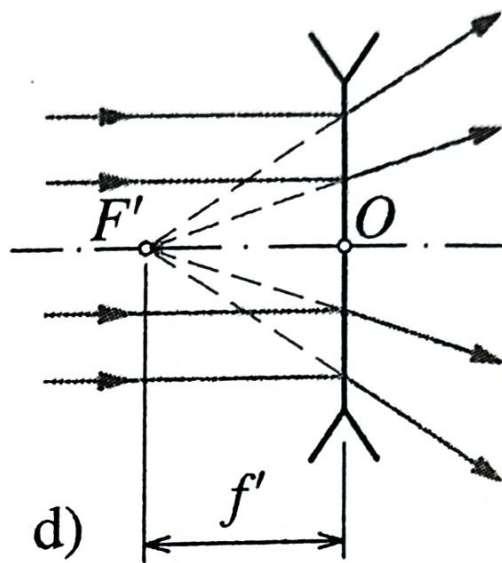
a)



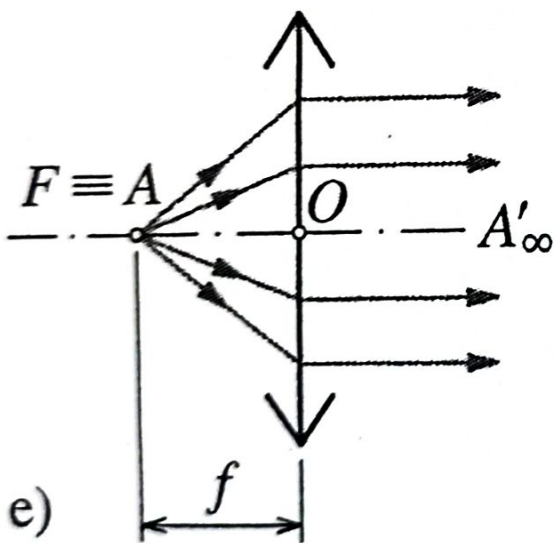
b)



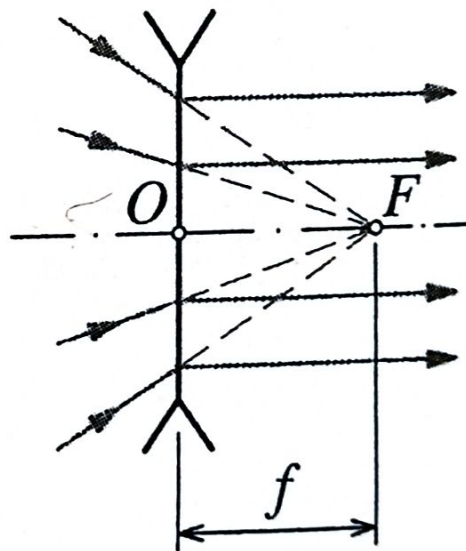
c)



d)



e)



f)

2-23 Význačné paprsky při zobrazení spojkou a rozptylkou

• Optika oka

- oční čočka = spojka

- na sítnici se vytvoří obraz

- všechny obrazy se roztvářejí do stejné vzdálenosti od čočky, nezávisle na vzdálenosti předmětu

⇒ díky akomodaci oka = schopnost změnit mohutnost oční čočky

• rozsah vzdáleností viditelných při různých akomodacích

• daleký bod - u zdravého oka v nekonečnu

• blízký bod = nejmenší vzdálenost ostře viditelného předmětu ≈ 10 cm

• konvenční zraková vzdálenost ($d = 25$ cm) - optimální vzdálenost na dlouhodobé pozorování bez velké námahy oka (dohodou 25 cm)

• Zorný úhel - τ

= úhel, který svírají paprsky z obrazu předmětu, které se protínají v čočce

→ když je těleso blíže $\Rightarrow \tau \uparrow \Rightarrow$ obraz je větší

→ když je $\tau < 1'$, tak oko ne rozliší dva různé body

• Lupa

→ nejjednodušší optický přístroj sloužící ke zvětšení zorného úhlu

→ spojná čočka

• bez lupy $\tan \tau = \frac{y}{d} \Rightarrow$ pro malé $\tau \approx \tan \tau$

• předmět v ohnisku lupy $\tan \tau' = \frac{y}{f}$ pro malé $\tau' \approx \tan \tau'$

⇒ do předmět považuje jako by byl v nekonečnu

• úhlové zvětšení lupy γ

$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} \approx \frac{\frac{y}{f}}{\frac{y}{d}} = \frac{d}{f} = d \cdot \mathcal{C}$$

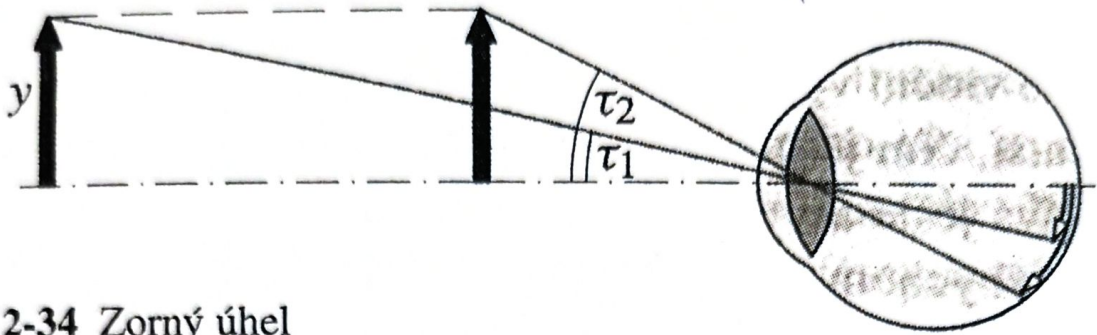
$$\underline{\gamma = d \cdot \mathcal{C} = 0,25 \mathcal{C}}$$

\mathcal{C} = o. mohutnost čočky

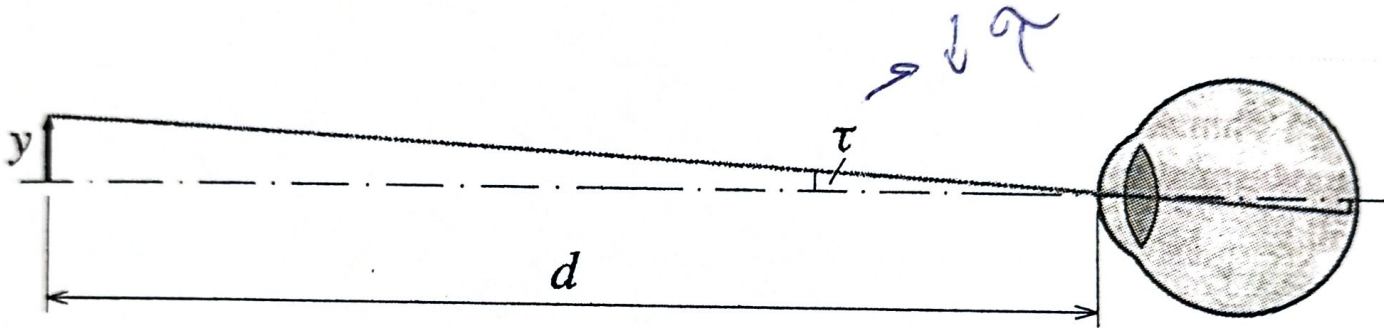
→ když předmět není v ohnisku $a < f$

tak vzniká zvětšený, vzpřímený a zdánlivý obraz

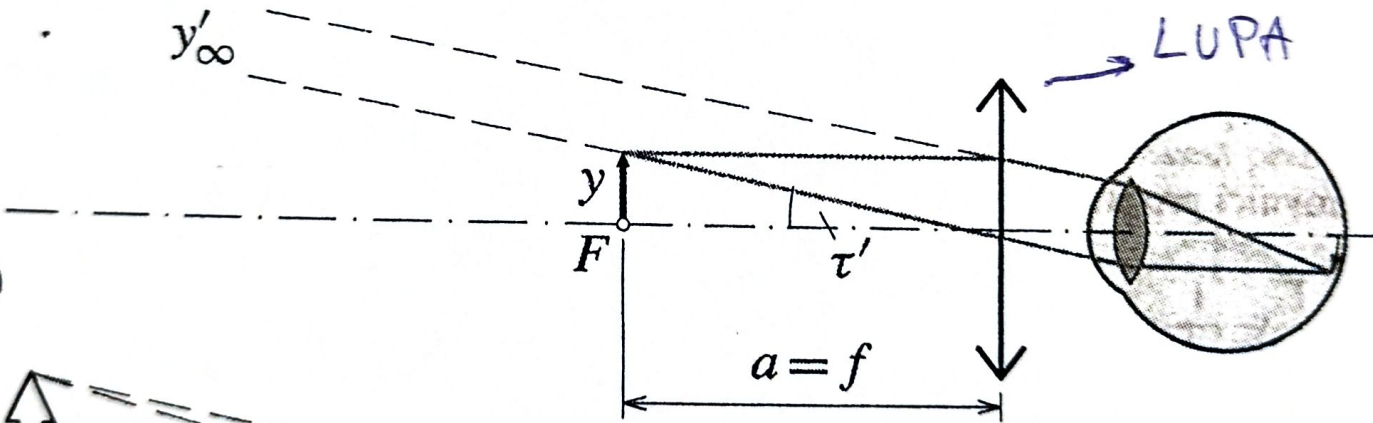
zorný úhel $\tau_2 > \tau_1$



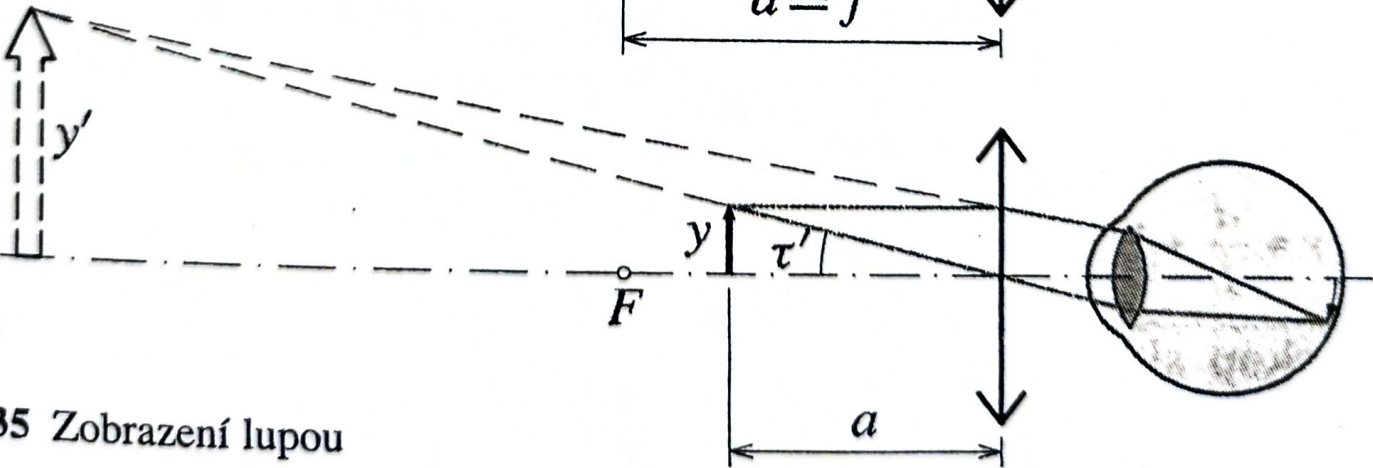
2-34 Zorný úhel



a)



b)



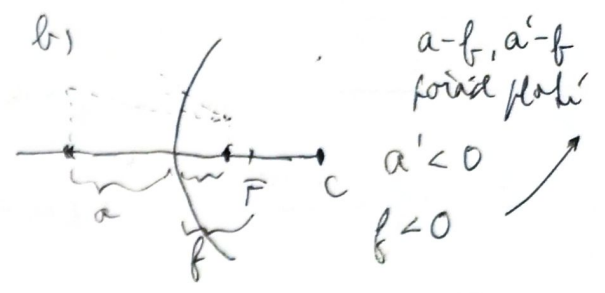
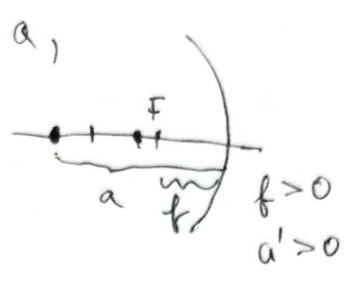
c)

2-35 Zobrazení lupou

- 1) Předmět je na optické ose sférického zrcadla ve vzdálenosti 48 cm od ohniska zrcadla. Obraz vytvořený zrcadlem je ve vzdálenosti 3 cm od ohniska zrcadla. Vypočítejte ohniskovou vzdálenost zrcadla, příčné zvětšení zobrazení a určete vlastnosti obrazu, je-li obraz předmětu vytvořen zrcadlem:
- a) dutým,
b) vypuklým.
- (a) $f = \sqrt{x \cdot x'} = 12 \text{ cm}$, $Z = -\frac{x'+f}{x+f} = -\frac{1}{4} \Rightarrow$ obraz skutečný, převrácený, zmenšený;
b) $f = -\sqrt{x \cdot x'} = -12 \text{ cm}$, $Z = -\frac{x'+f}{x+f} = \frac{1}{4} \Rightarrow$ obraz zdánlivý, vzpřímený, zmenšený;
- 2) Automobil výšky 160 cm se zobrazuje ve vypuklém dopravním zrcadle tak, že při vzdálenosti automobilu od zrcadla 6 m je výška obrazu automobilu 10 cm. Vypočítejte:
- a) poloměr křivosti a ohniskovou vzdálenost zrcadla,
b) vzdálenost automobilu od zrcadla, je-li výška obrazu automobilu 4 cm.
- (a) $r = 2a_1 \cdot \frac{y_1'}{y_1' - y} = -0,8 \text{ m} (= -80 \text{ cm})$; $f = a_1 \cdot \frac{y_1'}{y_1' - y} (= \frac{r}{2}) = -0,4 \text{ m} (= -40 \text{ cm})$
b) $a_2 = a_1 \cdot \frac{y_1'}{y_2'} \cdot \frac{y_2' - y}{y_1' - y} (= f \cdot \frac{y_2' - y}{y_2'}) = 15,6 \text{ m}$
- 3) Před čočkou optické mohutnosti -10 D je ve vzdálenosti 40 cm od optického středu předmět výšky 8 cm. Určete:
- a) ohniskovou vzdálenost čočky,
b) vlastnosti obrazu,
c) poloměr křivosti lámavé plochy ploskoduté čočky vyrobené ze skla o indexu lomu 1,6.
- (a) $f = \frac{1}{\varphi} = -0,1 \text{ m}$; b) $a' = \frac{a}{\varphi \cdot a - 1} = -8 \text{ cm} \wedge Z = \frac{1}{1 - a \cdot \varphi} = 0,2 \Rightarrow$ obraz zdánlivý, vzpřímený, zmenšený;
c) $r = \frac{n-1}{\varphi} = -0,06 \text{ m}$
- 4) Mezi předmětem a projekční plochou je vzdálenost 5 m. Do jaké vzdálenosti od předmětu musíme umístit tenkou čočku optické mohutnosti 1,25 D, aby na projekční ploše vznikl ostrý obraz předmětu? Jaké je zvětšení obrazu?
- ($a = \frac{d\varphi \pm \sqrt{d^2\varphi^2 - 4d\varphi}}{2\varphi} \Rightarrow a_1 = 4 \text{ m}, a_2 = 1 \text{ m}; Z = \frac{a-d}{a} \Rightarrow Z_1 = -\frac{1}{4}, Z_2 = -4$)
- 5) Jak daleko od spojky s ohniskovou vzdáleností 12 cm musí být umístěn předmět, aby jeho skutečný obraz byl 2krát větší než předmět? Jaká je optická mohutnost uvedené čočky?
- 6) Spojka vytváří skutečný a převrácený obraz ve vzdálenosti 40 cm od předmětu. Obraz má poloviční velikost než předmět. Vypočítej ohniskovou vzdálenost použité čočky a její vzdálenost od předmětu.
- 7) Fotografickým přístrojem, jehož objektiv má ohniskovou vzdálenost 75 mm, fotografujeme osobu vysokou 180 cm ze vzdálenosti 27 m. Jakou výšku bude mít postava na filmu?
- 8) Při zobrazení spojkou vznikl zdánlivý obraz v ohnisku čočky. Urči polohu předmětu.

GEOMETRICKÁ OPTIKA

① $a - f = 48 \text{ cm}$
 $a' - f = 3 \text{ cm}$
 $f, z, \text{ vlastnosti} = ?$



a) diste' zrcadlo

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f+48} + \frac{1}{f+3} = \frac{1}{f} \Rightarrow f(f+3) + f(f+48) = (f+3)(f+48)$$

$$\Rightarrow f^2 + 3f + f^2 + 48f = f^2 + 48f + 3f + 3 \cdot 48$$

$$f^2 = 3 \cdot 48 \text{ cm}^2 = 12^2 \text{ cm}^2 \Rightarrow \underline{f = 12 \text{ cm}}$$

$$z = -\frac{a'}{a} = -\frac{f+3}{f+48} = -\frac{15}{60} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \text{zmenšený, převrácený, zdánlivý}$$

b) vypuklé zrcadlo

→ znam. zrcadlo

$$f^2 = 12^2 \text{ cm}^2 \Rightarrow \underline{f = -12 \text{ cm}}$$

$$z = -\frac{f+3}{f+48} = -\frac{-9}{36} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{zmenšený, vzprávený, zdánlivý}$$

② $y = 1,6 \text{ m}$
 $a = 6 \text{ m}$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \quad \wedge \quad \frac{y}{y'} = -\frac{a}{a'} \Rightarrow a' = -\frac{ay'}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{y}{ay'} = \frac{y' - y}{ay'} \Rightarrow f = \frac{ay'}{y' - y}$$

→ ypuklé $y' = 0,1 \text{ m}$

$$\Rightarrow f = \frac{6 \cdot 0,1}{0,1 - 1,6} \text{ m} = \frac{0,6}{-1,5} \text{ m} = \underline{\underline{-0,4 \text{ m}}}$$

a) $r, f = ?$

$$r = 2f = \underline{\underline{-0,8 \text{ m}}}$$

b) $y' = 4 \text{ cm} \Rightarrow a = ?$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} + \frac{y}{ay'} \Rightarrow 1 = \frac{a}{f} + \frac{y}{y'}$$

$$\Rightarrow a = f \left(1 - \frac{y}{y'}\right) = -0,4 \left(1 - \frac{1,6}{4}\right) \text{ m} = -0,4(1 - 0,4) \text{ m} = \underline{\underline{15,6 \text{ m}}}$$

③ $\varphi = -10 \text{ D}$
 $a = 40 \text{ cm}$
 $y = 8 \text{ cm}$

b) spojka \Rightarrow zmenšený, zdánlivý, vzprávený

c) $n = 1,6 \Rightarrow r = ?$

$$\varphi = (n-1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty}\right) = \frac{n-1}{r} \Rightarrow r = \frac{n-1}{\varphi}$$

a) $f = \frac{1}{\varphi} = \underline{\underline{-10 \text{ cm}}}$

$$r = \frac{0,6}{-10} \text{ m} = \underline{\underline{-6 \text{ cm}}}$$

④ $a + a' = 5 \text{ m}$
 $\varphi = 1,25 \text{ D}$
 $a, z = ?$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} = \varphi \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{5-a} = \varphi$$

$$\Rightarrow 5-a + a = \varphi(5a - a^2) \Rightarrow 5 = a \cdot 5\varphi - \varphi a^2$$

$$\Rightarrow a^2 \cdot \varphi - a \cdot 5\varphi + 5 = 0$$

$$a = \frac{5\varphi \pm \sqrt{25\varphi^2 - 20\varphi}}{2\varphi}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 4 \text{ m} \Rightarrow z_1 = -\frac{1}{\varphi} \\ a_2 = 1 \text{ m} \Rightarrow z_2 = -4 \end{array} \right.$$

$$z = -\frac{a'}{a} = \frac{a-5}{a}$$

⑤ $f = 12 \text{ cm}$
 $y' = -2y$
 $a, \varphi = ?$

$$\varphi = \frac{1}{f} = \underline{8,3 \text{ D}}$$

$$\frac{y'}{y} = -2 \Rightarrow \frac{a'}{a} = 2$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{2a} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{2} = \frac{a}{f} \Rightarrow a = \frac{3}{2}f = \underline{18 \text{ cm}}$$

⑥ $a + a' = 40 \text{ cm}$
 $y' = -\frac{1}{2}y$
 $f, a = ?$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a'}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{40-a}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{40}{a} - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{40}{a} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{80}{3} \text{ cm} = \underline{26,6 \text{ cm}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{a} + \frac{1}{40-a} = \frac{3}{40} + \frac{1}{\frac{120}{3} - \frac{80}{3}} = \frac{3}{40} + \frac{3}{40} = \frac{3+3}{40} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$

$$\Rightarrow f = \frac{80}{3} = \underline{26,6 \text{ cm}}$$

⑦ $f = 75 \text{ mm}$
 $y = 180 \text{ cm}$
 $a = 27 \text{ m}$
 $|y'| = ?$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} \Rightarrow y' = -y \frac{a'}{a} \quad \wedge \quad \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{a-f}{af}$$

$$\Rightarrow y' = -\frac{y}{a} \frac{a \cdot f}{a-f} = \frac{y \cdot f}{f-a}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1,8 \cdot 75 \cdot 10^{-3}}{75 \cdot 10^{-3} - 27} \text{ m} = -5 \text{ mm} \Rightarrow \underline{|y'| = 5 \text{ mm}}$$

⑧ Spojka, zdánlivý obraz

$$\frac{-a'}{a} = \frac{1}{f}$$

$$\underline{a = ?}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{1}{f} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2}{f}$$

$\Rightarrow \underline{a = \frac{f}{2}}$ \rightarrow předmět je přesně mezi
 předmiotovým ohniskem a čočkou