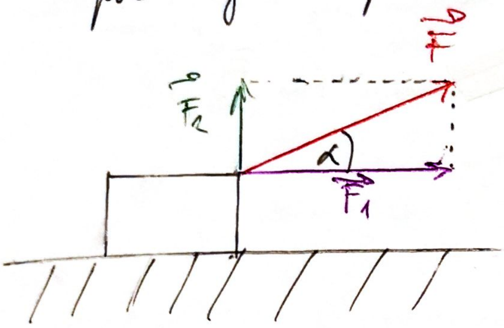
PRÁCE A ENERGIE

- **Mechanická práce – W**
  - těleso koná práci pokud působí na jiné těleso silou F a posunuje ho po dráze s



$$W = F_1 \cdot s \quad \rightarrow \quad \cos(\alpha) = \frac{F_1}{F}$$

$$\underline{W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)}$$

↳ α = odchylka $\vec{F}$ od směru posunu

- pokud $W > 0$ ⇒ síla koná práci
- pokud $W = 0$ → síla práci nekoná
- pokud $W < 0$ → síla práci spotřebovává

$[W] = N \cdot m = J$

$[W] = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$

- **Kinetická energie – E_K** – má ji každé těleso, které se pohybuje

→ na hmotný bod začne působit síla $\vec{F} = m \cdot a$

⇒ hmotný bod se pohybuje rovnoměrně zrychleně po dráze $s = \frac{1}{2}at^2$

⇒ hmotný bod má v čase t rychlost $v = a \cdot t$

→ práce vykonaná silou $\vec{F}$

$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}m(at)^2 = \underline{\frac{1}{2}mv^2 = \Delta E_K} \qquad \underline{[E_K] = J}$$

→ práce vykonaná silou $\vec{F}$ je rovna přírůstku kinetické energie hm. bodu

$$W = \Delta E_K = E_{K2} - E_{K1}$$

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\underline{W = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}$$

pokud hm. bod byl v klidu tak $v_1 = 0$

$$\Rightarrow \underline{W = E_K = \frac{1}{2}m \cdot v^2}$$

→ energie je stav tělesa

→ práce je způsob předávání energie

- Potenciální energie - E_p
  - má ji každé těleso, které se nachází v silovém poli jiného tělesa
  - tíhová potenciální energie
    - → mají ji tělesa v tíhovém poli země
    - → hmotný bod padá z výšky h_1 do výšky h_2 volným pádem
    - → volný pád je způsoben působením tíhové síly $\vec{F_G}$
    - ⇒ práce vykonaná silou $\vec{F_G}$

$$W = F_G \cdot s$$

$$W = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

$$W = m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2$$

$$W = E_{P1} - E_{P2}$$

→ práce vykonaná silou $\vec{F_G}$ = úbytku potenciální energie hm. bodu

- → nulová potenciální hladina
  - → hmotné body na této hladině mají nulovou potenciální energii
  - → většinou se bere jako povrch země

⇒ $E_P = m \cdot g \cdot h$ - h = výška nad nulovou hladinou

$[E_P] = J$

- Mechanická energie - E
  - → souhrnné označení pro E_k a E_p

⇒ $E = E_k + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + mgh$

- → zákon zachování mechanické energie
  - → v izolované soustavě těles se mění jedna forma energie na druhou nebo ji jedno těleso předává jinému, ale celková energie soustavy se nemění

• Výkon a účinnost mechanické práce

• průměrný výkon - P

$$P = \frac{W}{t} \qquad [P] = J \cdot s^{-1} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} = W \text{ - watt}$$

• okamžitý výkon

→ silou $\vec{F}$ působíme na těleso po dobu t a těleso se pohybuje rovnoměrným pohybem rychlostí v

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot \frac{s}{t}$$

$$P = F \cdot v$$ → v = okamžitá rychlost

• účinnost - η - éta

$$\eta = \frac{P}{P_0} \qquad P_0 = \frac{E}{t}$$

P = výkon

P_0 = příkon

W = práce vykonaná soustavou

E = energie vložená do soustavy

$$\eta = \frac{\frac{W}{t}}{\frac{E}{t}}$$

$$\eta = \frac{W}{E}$$ → η je bezrozměrová veličina, často v procentech

• Další vyjádření Joulu

• $J \cdot s^{-1} = W \Rightarrow J = W \cdot s$

kilowatthodina

• $1kWh = 1000\ W \cdot 3600\ s = 3600\ 000\ W \cdot s \Rightarrow 1kWh = 3{,}6\ MJ$

• $1eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 1V \Rightarrow 1eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ J$ - elektronvolt

• Energie pružiny

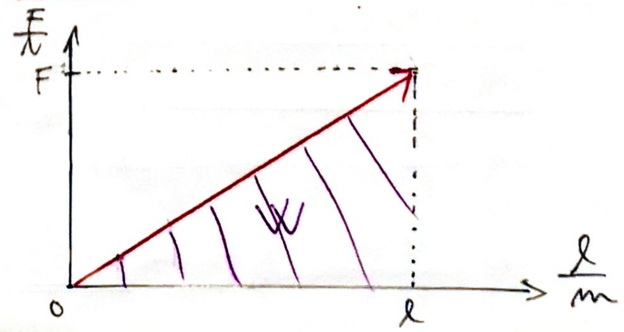
$F = k \cdot l$ - F = síla, kterou se pružina z klidového stavu prodloužila na l

- k = tuhost pružiny → $k = \frac{F}{l}$ $\quad [k] = N \cdot m^{-1}$

$$W = \frac{1}{2} F \cdot l \quad \vee \quad W = F_p \cdot l$$

$$W = \frac{1}{2} k \cdot l^2 \qquad W = \frac{1}{2} F \cdot l$$

průměrná síla



1. Jakou mechanickou práci vykonáme tažením vozíku působením na tažný popruh silou 25 N po vodorovné dráze 80 m, pokud popruh svírá s vodorovnou rovinou úhel 30°?

2. Střela o hmotnosti 20 g zasáhla strom a pronikla do hloubky 10 cm. Jak velkou rychlostí se pohybovala před zásahem, je-li průměrná odporová síla dřeva stromu 4 kN?

3. Na izolované těleso o hmotnosti *m*, které je na počátku v klidu, začne působit stálá síla o velikosti *F*, která jej uvede do přímočarého rovnoměrně zrychleného pohybu. Určete kinetickou energii E_k tělesa za dobu *t* jeho pohybu.

4. Elektromotor jeřábu o příkonu 20 kW zvedá svisle vzhůru náklad o hmotnosti 800 kg stálou rychlostí 2 $m.s^{-1}$. Určete účinnost zařízení.

5. Z okna domu ve výšce 8 m nad povrchem země upustí dítě míč o hmotnosti 0,4 kg. Během pádu působí na míč odpor vzduchu, takže míč dopadne na zem rychlostí 5 $m.s^{-1}$. Jak velká je průměrná odporová síla vzduchu?

6) Vodní čerpadlo vyčerpalo vodu o hmotnosti 750 kg z hloubky 6 m za dobu 3 min. Urči výkon čerpadla a mechanickou práci, kterou čerpadlo vykonalo.

7) Cyklista jede do kopce po silnici, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 8°. Hmotnost cyklisty i s kolem je 85 kg, kola mají průměr 70 cm, rameno valivého odporu pneumatiky na asfaltu má hodnotu 3,5 mm (ostatní brzdné síly je možné zanedbat) a tíhové zrychlení je $10\ \mathrm{m.s^{-2}}$. Jakou mechanickou práci vykoná cyklista při stoupání na úseku dlouhém 1,5 km?

8) Motor výtahu, který pracuje s účinností 80 %, zvedne rovnoměrným pohybem náklad o hmotnosti 750 kg do výšky 24 m za 0,5 min. Urči příkon motoru.

9) Pásový dopravník poháněný elektromotorem o příkonu 3,5 kW přepraví $48\ \mathrm{m^3}$ cementu o hustotě $1\,400\ \mathrm{kg.m^{-3}}$ za 20 minut do výšky 5 m. Vypočítej účinnost dopravníku.

10) *Ocelová pružina se prodlouží silou 5 N o 1 cm. Jakou práci vykonáme, prodloužíme-li pružinu o 8 cm?*

→ příklady

1, $F = 25\,N$

$s = 80\,m$

$\alpha = 30°$

$W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$

$W = 25 \cdot 80 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\ J$

$\underline{\underline{W \doteq 1732\ J}}$

2, $m = 20\,g = 2 \cdot 10^{-2}\,kg$

$s = 10\,cm = 10^{-1}\,m$

$F = 4\,kN = 4 \cdot 10^{3}\,N$

$v = ?$

strom zastavil střelu ⇒ konal práci

⇒ střela měla E_K, strom ji zastavil W

↳ zastavil ⇒ $E_K = W$

$E_K = W$

$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = F \cdot s$

$v^2 = \frac{2 \cdot F \cdot s}{m}$

$v = \sqrt{\frac{2F \cdot s}{m}}$

$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{2}}{2 \cdot 10^{-2}}}\ m \cdot s^{-1} = \underline{\underline{200\ m \cdot s^{-1}}}$

3) m, F, t – znám

$E_k = ?$

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot a^2 \cdot t^2 \quad \wedge \quad a = \frac{F}{m}$

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot \frac{F^2}{m^2} \cdot t^2$

$\underline{\underline{E_k = \frac{F^2 \cdot t^2}{2m}}}$

4) $P_0 = 20\,kW = 20 \cdot 10^{3}\,W$

$m = 800\,kg$

$v = 2\,m \cdot s^{-1}$

stálá rychlost ⇒ $F = F_G$

$\eta = ?$

$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{F \cdot v}{P_0} = \frac{m \cdot g \cdot v}{P_0}$

$\eta = \frac{16 \cdot 10^{3}}{20 \cdot 10^{3}} = 0{,}8 \Rightarrow \underline{\underline{\eta = 80\,\%}}$

5) $h = 8\,m$
$m = 0{,}4\,kg$
$v = 5\,m\cdot s^{-1}$
$F_o = ?$

ZZME: energie před pádem = energie při dopadu

$$E_p = E_k + W_{od} \Rightarrow W \text{ vykonaná od. silami}$$

$$F_o \cdot h = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$F_o = m\left(g - \frac{v^2}{2h}\right)$$

→ taky se to dá spočítat pomocí „dokonalého" volného pádu

$$W = E_{k\,perfekt} - E_{k\,normal} \quad - E_{k\,perfekt} = E_k \text{ tělesa podléhajícího vol. pádem bez od. sil}$$

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh}$$

$$F_o \cdot h = \frac{1}{2} m \left(2gh - v^2\right) = m\left(gh - \frac{v^2}{2}\right)$$

$$F_o = m\left(g - \frac{v^2}{2h}\right)$$

$$F_o = 0{,}4 \cdot \left(10 - \frac{25}{16}\right) N$$

$$F_o \doteq 3{,}4$$

6) $m = 750\,kg$
$h = 6\,m$
$t = 3\,min = 180\,s$
$P, W = ?$

posouvám něco nahoru $\Rightarrow W = E_p$ od nulové hladiny

$$W = E_p \qquad P = \frac{W}{t}$$

$$W = m \cdot g \cdot h \qquad P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t}$$

$$W \doteq 750 \cdot 10 \cdot 6\,J \qquad P \doteq 250\,W$$

$$W \doteq 45\,kJ$$

7) $\alpha = 8^\circ$

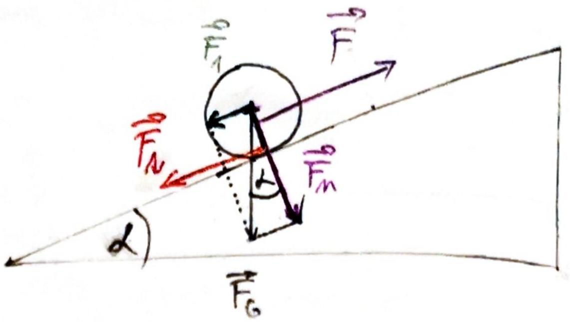
$m = 85\ kg$

$r = 35\ cm = 35 \cdot 10^{-2}\ m$

$\xi = 3{,}5\ mm = 35 \cdot 10^{-4}\ m$

$s = 1{,}5\ km = 15 \cdot 10^{2}\ m$

$W = ?$



→ jede do kopce ⇒ F musí být alespoň stejně velká, jako síly, které ho kolo tahají dolů

- $F_1 = \sin(\alpha) \cdot F_G$
- $F_n = \cos(\alpha) \cdot F_G$
- $F_s = F_n \cdot \frac{\xi}{r}$

$W = F \cdot s = (F_1 + F_s) \cdot s$

$W = s \cdot \left(F_G \cdot \sin(\alpha) + F_G \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{\xi}{r}\right)$

$W = s \cdot m \cdot g \left(\sin(\alpha) + \cos(\alpha) \cdot \frac{\xi}{r}\right)$

$W \doteq 15 \cdot 10^2 \cdot 85 \cdot 10 \cdot \left(\sin(8) + \cos(8) \cdot \frac{35 \cdot 10^{-4}}{35 \cdot 10^{-2}}\right)\ J$

$W \doteq 15 \cdot 85 \cdot 10^3 \cdot \left(\sin(8) + 10^{-2} \cdot \cos(8)\right)\ J$

$W \doteq 190\ kJ$

8) $\eta = 80\%$

$m = 750\ kg$

$h = 24\ m$

$t = 0{,}5\ min = 30\ s$

$P_0 = ?$

$\eta = \frac{P}{P_0}$

$P_0 = \frac{P}{\eta}$

$F = F_G$ protože rovnoměrný pohyb

$P_0 = \frac{F \cdot v}{\eta} = \frac{m \cdot g \cdot \frac{h}{t}}{\eta}$

$P_0 = \frac{m \cdot g \cdot h}{t \cdot \eta}$

$P_0 = \frac{750 \cdot 10 \cdot 24}{30 \cdot 0{,}8}\ W$

$P_0 = 7500\ W$

9) $P_0 = 3,5\ kW = 35 \cdot 10^2\ W$

$V = 48\ m^3$

$\rho = 1400\ kg \cdot m^{-3}$

$t = 20\ min = 12 \cdot 10^2\ s$

$h = 5\ m$

posouvám něco nahoru => $W = E_p$
z nulové hladiny

$\eta = ?$

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{\frac{W}{t}}{P_0}$$

$$\eta = \frac{m \cdot g \cdot h}{P_0 \cdot t} = \frac{\rho \cdot V \cdot g \cdot h}{P_0 \cdot t}$$

$$\eta = \frac{14 \cdot 10^2 \cdot 48 \cdot 10 \cdot 5}{35 \cdot 10^2 \cdot 12 \cdot 10^2} = \frac{70 \cdot 48 \cdot 10^3}{35 \cdot 12 \cdot 10^4} = \frac{2 \cdot 4}{10} = 0,8$$

$$\underline{\underline{\eta = 80\%}}$$

10) $F_1 = 5\ N$

$l_1 = 1\ cm = 10^{-2}\ m$

$l_2 = 8\ cm = 8 \cdot 10^{-2}\ m$

$W_2 = ?$

$$W_2 = \frac{1}{2} F_2 \cdot l_2$$

$$k = \frac{F_1}{l_1}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} k \cdot l_2^2$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_1}{l_1} \cdot l_2^2 = \frac{F_1 \cdot l_2^2}{2 l_1}$$

$$W_2 = \frac{5 \cdot 64 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-2}}\ J = \frac{5 \cdot 32}{100}\ J = \frac{32}{20}\ J = \frac{8}{5}\ J$$

$$\underline{\underline{W_2 = 1,6\ J}}$$