STRUKTURA A VLASTNOSTI PLYNNÉHO SKUPENSTVÍ

→ Ideální plyn
- částice považujeme za hmotné body
- vzájemné silové působení částic zanedbáváme – E_p

  ⇒ dokonale stlačitelný
- odrazy částic jsou dokonale pružné

→ Celková kinetická energie plynu – E_k
- N_1 částic se pohybuje rychlostí v_1
- N_2 —— " —— v_2
- N_i —— " —— v_3

$N_1 + N_2 + \ldots + N_i = N$

→ různé částice mají různé rychlosti

→ hmotnost 1 částice $= m_0$

$$\Rightarrow E_k = N_1 \cdot \frac{1}{2} m_0 \cdot v_1^2 + N_2 \cdot \frac{1}{2} m_0 \cdot v_2^2 + \ldots + N_i \cdot \frac{1}{2} m_0 v_i^2$$

→ Střední kvadratická rychlost – v_k

→ v_k je taková rychlost, že kdyby se jí pohybovalo každá z těch N částic, tak by byla E_k stejná

⇒ experimentálně určeno: $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$ → T = termodyn. teplota

→ Boltzmanova konstanta – $k \doteq 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$

→ $E_k = \frac{1}{2} m_0 \cdot v_k^2 = \frac{1}{2} m_0 \cdot \frac{3k \cdot T}{m_0}$ ⇒ $E_k = \frac{3}{2} k \cdot T$ = E_k jedné molekuly

$E_k = \frac{3}{2} N \cdot k \cdot T$ = E_k N molekul

→ Fluktuace tlaku plynu

→ nepatrné odchylky od střední hodnoty tlaku plynu, kvůli tomu, že molekuly se pohybují neuspořádaně

⇒ náhodné nárazy na stěny nádoby ⇒ odchylky

→ Tlak plynu z hlediska molekulové fyziky

→ molekuly narážejí na stěny nádoby
  ⇒ silově na ně působí ⇒ tlak plynu

→ objemová hustota částic – N_V
  → hustota molekul → $\underline{N_V = \frac{N}{V}}$

$$\Rightarrow \underline{p = \frac{1}{3} N_V \cdot m_0 \cdot v_k^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{m}{V} \cdot v_k^2 = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot v_k^2$$

→ Stavová rovnice ideálního plynu

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_0 \cdot \frac{3kT}{m_0}$$

↗ plynová konstanta

$\underline{R \doteq 8{,}31\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$

$$p = \frac{N}{V} \cdot k \cdot T \Rightarrow \underline{p \cdot V = N \cdot k \cdot T} = n \cdot \overbrace{N_a \cdot k}^{} \cdot T \Rightarrow \underline{p \cdot V = n \cdot R \cdot T}$$

→ Normální podmínky

$T_n = 273{,}15\ K = 0°C$

$p_n = 10^5\ Pa = 100\ kPa$

→ Stavová rovnice pro ideální plyn stálé hmotnosti

→ stálá hmotnost ⇒ stálý počet částic

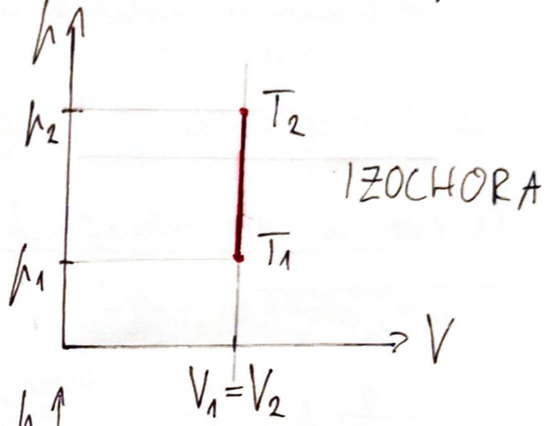
$$\left.\begin{aligned} &\to \text{počátek děje}: p_1 \cdot V_1 = N \cdot k \cdot T_1 \\ &\to \text{konec děje}: p_2 \cdot V_2 = N \cdot k \cdot T_2 \end{aligned}\right\} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = N k = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \underline{\frac{p \cdot V}{T} = konst.}$$

→ Polytropický děj

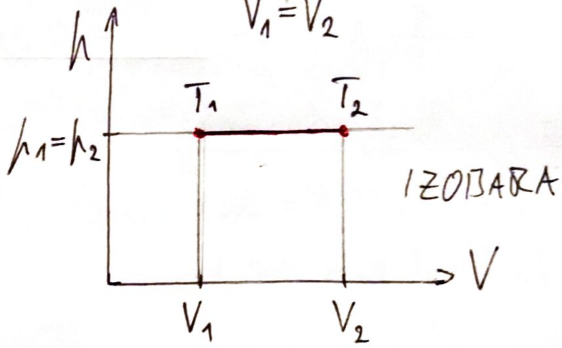
→ děj ve kterém se mění všechny veličiny

- **Izotermický děj** - T
  - $T = konst. \Rightarrow p \cdot V = konst.$
  - p-V diagram
    - nepřímá úměra

- **Izochorický děj** - V
  - $V = konst. \Rightarrow \frac{p}{T} = konst.$
  - p-V diagram
    - přímá úměra



- **Izobarický děj** - p
  - $p = konst. \Rightarrow \frac{V}{T} = konst.$
  - p-V diagram
    - přímá úměra



- **Děje v ideálním plynu z hlediska energetického**
  - Izotermický děj
    - $T = konst. \Rightarrow \Delta U = 0$ → nemění se vnitřní energie
    - 1.TZ: $\Delta U = Q_T + W$
      - $\Rightarrow Q_T = -W = W'$
      - ⇒ teplo dodané soustavě při izotermickém ději je rovno práci vykonané soustavou
  - Izochorický děj
    - $V = konst. \Rightarrow W = 0$
    - 1.TZ: $\Delta U = Q_V \rightarrow Q_V = c_V \cdot m \cdot \Delta T$
      - ↳ c při izochorickém ději
  - Izobarický děj
    - $p = konst.$
    - 1.TZ: $\Delta U = Q_p + W \rightarrow Q_p = c_p \cdot m \cdot \Delta T$
      - ↳ c při izobarickém ději

Adiabatický děj

→ termodynamický děj, při kterém nedochází k tepelné výměně mezi plynem a okolím – dokonalá tepelná izolace

$\Rightarrow Q = 0 \Rightarrow$ 1.T.Z: $\Delta U = W$

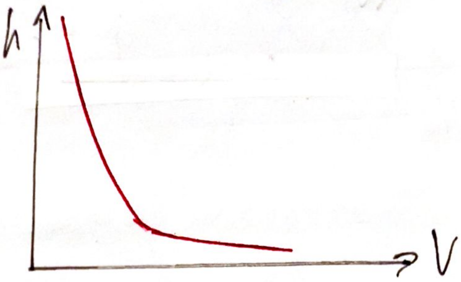
→ Poissonova konstanta – $\varkappa = \frac{c_p}{c_V} > 1 \Rightarrow p \cdot V^{\varkappa} = konst.$

→ $p_1 \cdot V_1^{\varkappa} = p_2 \cdot V_2^{\varkappa} \quad \wedge \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_1}{V_1 \cdot T_2} \Rightarrow \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_1 \cdot V_1^{\varkappa}}{V_1 \cdot T_2 \cdot p_2 \cdot V_2^{\varkappa}} = 1 \Rightarrow \frac{T_1 \cdot V_1^{\varkappa} \cdot V_2}{T_2 \cdot V_1 \cdot V_2^{\varkappa}} = \frac{T_1 \cdot V_1^{\varkappa - 1}}{T_2 \cdot V_2^{\varkappa - 1}} = 1$$

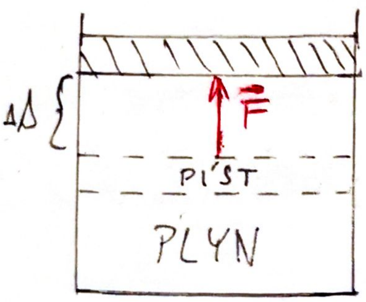
$$\Rightarrow T \cdot V^{\varkappa - 1} = konst.$$

→ p-V diagram → nepřímá úměra



→ Práce vykonaná plynem

• práce vykonaná plynem při stálém tlaku

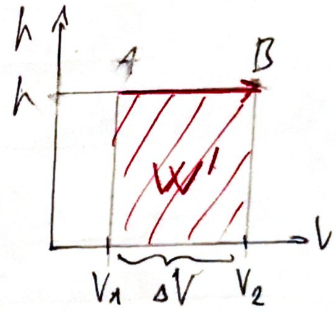


S = obsah průřezu nádoby

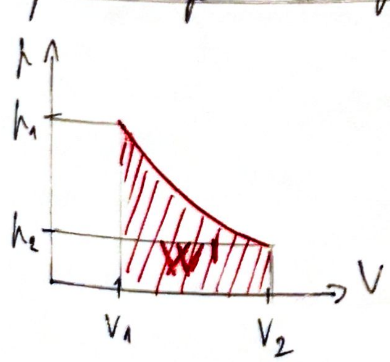
W' = práce vykonaná nádobou

$W' = F \cdot \Delta s \quad \wedge \quad p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S$

$\Rightarrow W' = p \cdot S \cdot \Delta s \Rightarrow W' = p \cdot \Delta V$



• práce vykonaná plynem při proměnlivém tlaku



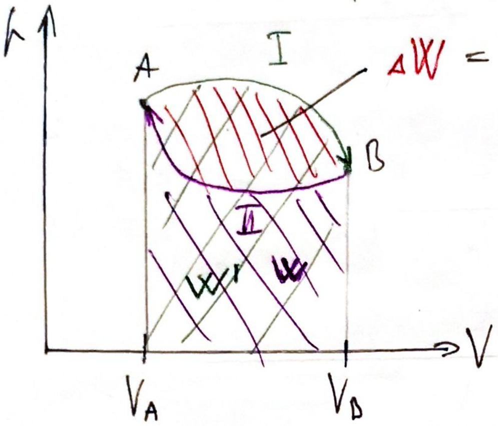
→ práce vykonaná plynem je rovna obsahu obrazce pod křivkou

→ **Kruhový děj** = cyklický

→ konečný stav plynu je totožný s počátečním

$$T_1 = T_2 \wedge p_1 = p_2 \wedge V_1 = V_2$$

→ v p-V diagramu znázorněn uzavřenou křivkou



$\Delta W = W' - W$ = práce vykonaná plynem

- $I(A \to B) \to V_B > V_A \Rightarrow$ plyn se rozpíná $\Rightarrow$ koná práci
- $II(B \to A) \to V_A < V_B \Rightarrow$ plyn je stlačován $\Rightarrow$ okolí koná práci

⇒ celková práce vykonaná plynem během 1 cyklu kruhového děje odpovídá obsahu obrazce uvnitř křivky

→ **Účinnost kruhového děje** – η

- **Ohřívač**: teplo dodané plynu během 1 cyklu kruhového děje – Q_1
- **Chladič**: teplo odebrané plynu během 1 cyklu kruhového děje – Q_2

→ za celý cyklus:

$T_1 = T_2 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q = W'$

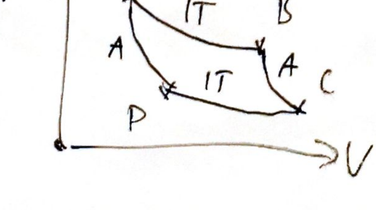
→ $Q = Q_1 - Q_2$ = celkové teplo využité pro konání práce

$\Rightarrow W' = Q_1 - Q_2$

$$\to \eta = \frac{W'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

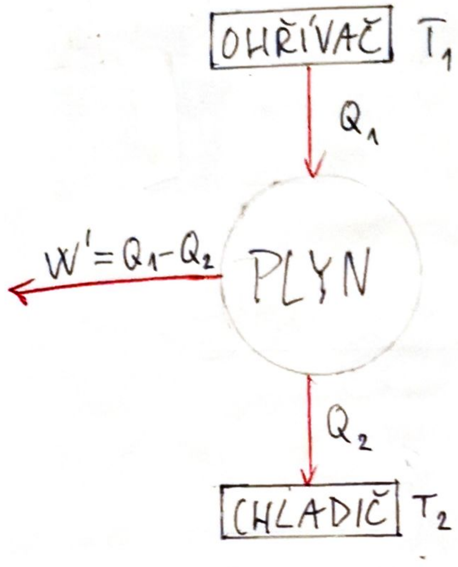
→ u Carnotova cyklu:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$



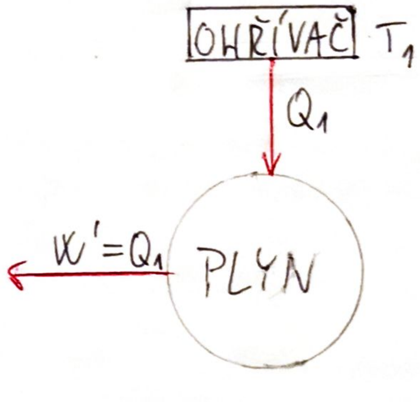
ideální cyklus → největší možná účinnost

2. Termodynamický zákon



$T_1 > T_2 \ \wedge \ Q_1 > Q_2$

→ běžný cyklicky pracující tepelný stroj



→ 2.TZ: Nelze sestrojit cyklicky pracující tepelný stroj, který by jen odebíral teplo z ohřívače a konal stejně velkou práci

⇒ perpetuum mobile

⇒ nelze dosáhnout 100% účinnosti

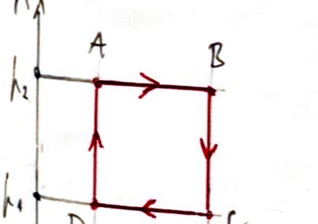
→ Carnotův cyklus

→ kruhový děj skládající se ze 2 izotermických a 2 adiabatických dějů

→ příklad

- V: rozpínání ⇒ plyn koná práci
- T: ohřívání ⇒ $\Delta U > 0$

platí pro něj: $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$



- A→B: izobarický děj ⇒ $\frac{V}{T} = \text{konst.}$

→ $V_B > V_A$ ⇒ rozpínání ⇒ $W < 0$

⇒ $T_B > T_A$ ⇒ ohřívání ⇒ $\Delta U > 0$

$\overset{\oplus}{\Delta U} = Q + \overset{\ominus}{W}$

⇒ $Q > 0$ ⇒ teplo je plynu dodáváno

- B→C: izochorický děj ⇒ $\frac{p}{T} = \text{konst.}$

→ $V = \text{konst.}$ ⇒ $W = 0$

→ $p_C < p_B$ ⇒ $T_C < T_B$ ⇒ $\Delta U < 0$

$\overset{\ominus}{\Delta U} = Q$

⇒ $Q < 0$ ⇒ teplo je plynu odebíráno

- C→D: teplo je plynu odebíráno
- D→A: teplo je plynu dodáváno

1) V míči je napumpováno 24 g vzduchu na tlak 350 kPa. Vzduch v míči má stejnou teplotu jako okolní prostředí, 27°C. Vypočítej objem vzduchu v míči a počet molekul plynů tvořících vzduch v míči. (Molární hmotnost vzduchu je 28,5 g.mol^{-1}).

$(V = \frac{mRT}{M_m p} \doteq 6\ l;\ N = \frac{m}{M_m} N_A \doteq 5.10^{23})$

2) Vypočítejte teplotu vzduchu, jehož molární hmotnost je 28,5 g.mol^{-1} a při tlaku p_a = 1 013 hPa má hustotu 1 kg.m^{-3}. Jaká je hustota částic v takovém vzduchu?

$(T = \frac{p_a M_m}{\rho R} \doteq 348\ K \Rightarrow t \doteq 75\ °C;\ N_V = \frac{\rho}{M_m} N_A \doteq 2{,}11.10^{25}\ m^{-3})$

3) Při teplotě 30 °C je tlak vzduchu v pneumatice 350 kPa. Jaký bude tlak vzduchu v pneumatice, jestliže se ochladí na 10 °C a vnitřní objem pneumatiky se nezmění?

$(p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} \doteq 330\ kPa)$

4) Tepelný motor, který pracuje podle Carnotova cyklu, má ohřívač o teplotě195 °C. Během každého cyklu spotřebuje motor teplo 25 kJ a předá chladiči teplo 16 kJ. Vypočítejte teplotu chladiče a účinnost motoru.

$(T_2 = T_1 \cdot \frac{Q_2}{Q_1} = 299{,}616\ K \doteq 300\ K \Rightarrow t_2 \doteq 27\ °C;\ \eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right) \cdot 100\ \% = 36\ \%)$

5) Vzduch v místnosti má teplotu 22°C a tlak 101kPa. Kolik molekul je v 1cm3 vzduchu, považujeme-li vzduch za ideální plyn?

6) Vodík má při teplotě 15 °C a tlaku 1,5.10^{5} Pa objem 2 l. Jaký bude tlak vodíku, zmenší-li se objem na 1,5 l a teplota se zvýší na 30 °C?

7) Ideální plyn má při teplotě 25 °C tlak 200 kPa. Jak je potřeba změnit jeho

a. teplotu, aby měl při stejném tlaku o polovinu vyšší hustotu?

b. tlak, aby měl při stejné teplotě o polovinu vyšší hustotu?

1) $p = 350 \cdot 10^3\ Pa$

$m = 24\,g$

$t = 27°C \doteq 300\,K$

$M_m = 28{,}5\ g \cdot mol^{-1}$

$V, N = ?$

- $n = \frac{N}{N_a} \Rightarrow N = n \cdot N_a$

  $M_m = \frac{m}{n} \Rightarrow n = \frac{m}{M_m}$

  $\Bigg\}\ N = \frac{m \cdot N_a}{M_m} = \frac{24 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}}{28{,}5} \doteq \underline{\underline{5 \cdot 10^{23}}}$

- $p \cdot V = N \cdot k \cdot T \Rightarrow V = \frac{N \cdot k \cdot T}{p} = \frac{m \cdot N_a \cdot k \cdot T}{M_m \cdot p} = \frac{m \cdot R \cdot T}{p \cdot M_m}$

  $V = \frac{24 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{350 \cdot 10^3 \cdot 28{,}5}\ m^3 \doteq \underline{\underline{6 \cdot 10^{-3}\,m^3 = 6\,l}}$

2) $M_m = 28{,}5\,g \cdot mol^{-1} = 28{,}5 \cdot 10^{-3}\,kg \cdot mol^{-1}$

$p_a = 1013 \cdot 10^2\ Pa$

$\rho = 1\ kg \cdot m^{-3}$ $\rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$

$T, N_V = ?$

- $N_V = \frac{N}{V} = \frac{\rho \cdot N}{m} \ \wedge\ N = m \cdot \frac{N_a}{M_m} \Rightarrow N_V = \frac{\rho \cdot N_a}{M_m} \doteq \underline{\underline{2{,}11 \cdot 10^{25}\ m^{-3}}}$

- $p_a V = N \cdot k \cdot T \Rightarrow T = \frac{p_a}{k} \cdot \frac{V}{N} = \frac{p_a M_m}{k \cdot \rho \cdot N_a} = \frac{p_a \cdot M_m}{\rho \cdot R} \doteq \underline{\underline{348\,K}}$

3) $t_1 = 30°C \doteq 303\,K$

$p_1 = 350 \cdot 10^3\ Pa$

$t_2 = 10°C \doteq 283\,K$

$V = konst.$

$p_2 = ?$

izochorický děj $\Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$

$\Rightarrow p_a = 35 \cdot 10^4 \cdot \frac{283}{303}\ Pa \doteq \underline{\underline{327\ kPa}}$

4) $T_1 = 195°C \doteq 468\,K$

$Q_1 = 25 \cdot 10^3\,J$

$Q_2 = 16 \cdot 10^3\,J$

$T_2, \eta = ?$

- Carnotův cyklus $\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2}$

$\Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{Q_2}{Q_1} = 468 \cdot \frac{16}{25}\,K \doteq \underline{\underline{300\,K \doteq 27°C}}$

$\Rightarrow \eta = \frac{W'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{16}{25} = \underline{\underline{36\%}}$

5) $t = 22\,°C = 295\,K$
$p = 101 \cdot 10^3\,Pa$
$V = 1\,cm^3 = 10^{-6}\,m^3$
$N = ?$

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T \Rightarrow N = \frac{p \cdot V}{k \cdot T}$$

$$\Rightarrow N = \frac{101 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 295} = \frac{101}{295 \cdot 1{,}38} \cdot 10^{20} \doteq \underline{\underline{2{,}48 \cdot 10^{19}}}$$

6) $t_1 = 15\,°C = 288\,K$
$p_1 = 15 \cdot 10^4\,Pa$
$V_1 = 2\,l$
$t_2 = 30\,°C = 303\,K$
$V_2 = 1{,}5\,l$
$p_2 = ?$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{T_2 \cdot V_1 \cdot p_1}{T_1 \cdot V_2}$$

$$\Rightarrow p_2 = \frac{303 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 10^4}{288 \cdot 1{,}5}\,Pa \doteq \underline{\underline{210\,kPa}}$$

7) $t_1 = 25\,°C = 298\,K$
$p_1 = 2 \cdot 10^5\,Pa$
$\rho_1 = \rho_1$

a) $\rho_2 = \frac{3}{2}\rho_1 \Rightarrow t_2 = ?$

b) $\rho_2 = \frac{3}{2}\rho_1 \Rightarrow p_2 = ?$

$$\left.\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{m}{V_1} \\ \rho_2 &= \frac{m}{V_2} \end{aligned}\right\} \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

a) p – konst. $\Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2}$

$$\Rightarrow T_2 = 298 \cdot \frac{\rho_1}{\frac{3}{2}\rho_1}\,K = \frac{2}{3} \cdot 298\,K \doteq 200\,K \Rightarrow \underline{\underline{t \doteq -74\,°C}}$$

b) T = konst. $\Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{\rho_2}{\rho_1}$

$$\Rightarrow p_2 = 2 \cdot 10^5 \cdot \frac{\frac{3}{2}\rho_1}{\rho_1}\,Pa = 3 \cdot 10^5\,Pa = \underline{\underline{300\,kPa}}$$