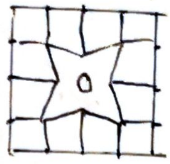
STRUKTURA A VLASTNOSTI PEVNÝCH LÁTEK

- Krystalické – dalekodosahové uspořádání částic – sůl, led
  - monokrystaly – pravidelné uspořádání v celém objemu
  - polykrystaly – složené z mnoha zrn
- Amorfní – krátkodosahové uspořádání částic – vosk, sklo
- Ideální krystalická mřížka
  - → geometrická mřížka – trojrozměrná soustava rovnoběžek
    - → rozděluje celý objem na shodné rovnoběžnostěny
  - → krystalová mřížka – vznikne rozmístěním částic v geom. mřížce
  - → ideální k. mřížka – v celém objemu částice uspořádány pravidelně
- Krychlová soustava – rovnoběžnostěny jsou krychle = buňky
  - → látka krystalizuje v krychlové soustavě
  - prostá elementární buňka
    - → částice jen v rozích krychle
    - → 1 roh ~ 1 částice společná 8 buňkám
      - $\Rightarrow \frac{1}{8}$ částice $\cdot$ 8 rohů = 1 částice
  - plošně centrovaná elem. b.
    - → částice v rozích a ve středech stěn krychle
    - $\Rightarrow \frac{1}{8}\cdot 8 + \frac{1}{2}\cdot 6 =$ 4 částice
  - prostorově centrovaná elem. b.
    - → částice v rozích a ve středu krychle
    - $\Rightarrow \frac{1}{8}\cdot 8 + 1 =$ 2 částice
  - → mřížkový parametr – tabulky → délka hrany buňky = a

- **Poruchy krystalové mřížky** – odlišnosti od pravidelného uspořádání
  - bodové → 1 bod = 1 částice
  - čárové → více částic v řadě

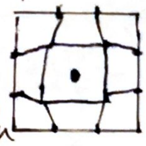


→ **bodové**

- **vakance** – volné místo po částici co by tam měla být
  - → vznik – tepelný, kmitavý pohyb při kterém se atom uvolní z vazeb
    - ↳ ozáření, zahřátí
  - → okolní částice jsou do toho místa přitahovány

často vzniká s vakancí

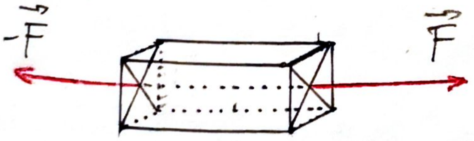
- **intersticiální poloha** – uvolněný atom je mezi pravidelně uspoř. atomy
  - ↳ stejného prvku
  - → částice jsou odpuzovány



- **příměsi** – atomy jiného prvku jsou vpraveny do krystalu
  - → může se vpravit do vakance = substituční poloha
  - → může být mimo – obdoba intersticiální polohy
  - → příměsové polovodiče

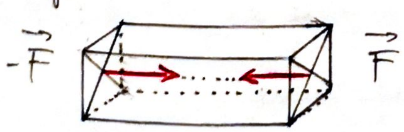
- **Deformace pevných těles**
  - → změna tvaru, rozměrů, u nedokonale pevných těles objemu
  - pružné = elastické → vrátí se do původní polohy – dočasné
  - tvárné = plastické → nevrátí se do původní polohy – trvalé

- **deformace tahem**



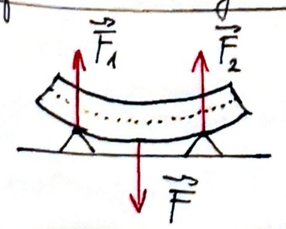
→ $\vec{F}, -\vec{F}$: stejně velké síly
- opačný směr
- společná vektorová přímka
- míří z tělesa ven

- **deformace tlakem**



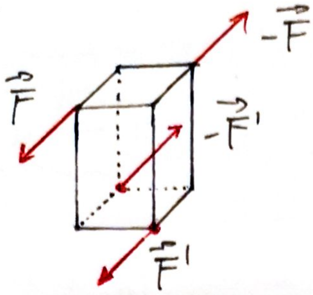
→ $\vec{F}, -\vec{F}$: stejně velké síly
- opačný směr
- společná vektorová přímka
- míří do tělesa

- **deformace ohybem**



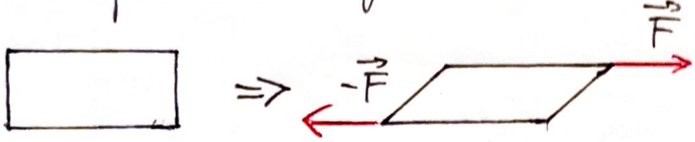
→ $\vec{F_1}, \vec{F_2}$ – podpůrné síly
→ F – deformační síla
- spodní vrstva → deformace tahem
- horní vrstva → deformace tlakem
- střední vrstva → není deformována

- <u>deformace kroucením</u> = torze



→ kroucení způsobují 2 dvojice sil s opačným otáčivým účinkem

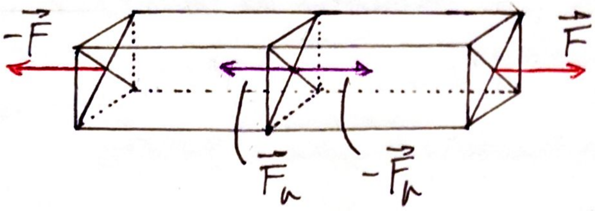
- <u>deformace smykem</u>



→ deformaci smykem způsobují síly stejně velké opačného směru, které působí v různých rovinách

- <u>Síly pružnosti</u>

→ pro deformaci tahem



→ na těleso působí síly $\vec{F}, -\vec{F}$

⇒ částice uvnitř se vzdalují

⇒ působí na sebe přitažlivými silami

⇒ výsledné síly z toho působení mezi částicemi = síly pružnosti

→ rovnovážný stav ⇔ $F = F_p$ – nastane když deformace trvá alespoň chvilku

- <u>Normálové napětí</u> – σ_n – sigma

$$\sigma_n = \frac{F_p}{S}$$

$$[\sigma_n] = Pa$$

- F_p = velikost sil pružnosti, které působí <u>kolmo</u> na plochu řezu
- S = plocha řezu

→ v podstatě tlak uvnitř tělesa

→ <u>mez pružnosti</u> – σ_E

→ pokud se nepřekročí, tak se těleso vrátí do původního stavu

→ pokud se překročí ⇒ plastická deformace

→ <u>mez pevnosti</u> – σ_p

– $\sigma_n > \sigma_p$ ⇒ těleso se zničí – praskne nebo něco

→ <u>koeficient bezpečnosti</u>

$$k = \frac{\sigma_p}{\sigma_D}$$

σ_D → dovolené napětí

} výtahy, stavebnictví

$k > 1$ aby to bylo povolené

- Hookův zákon pro pružnou deformaci v tahu
  - jen pro pružnou
  - mluví o změně délky při pružné deformaci tahem
  - HZ: Při pružné deformaci tahem je normálové napětí přímo úměrné relativnímu prodloužení tělesa
  - Jangův modul – E = modul pružnosti v tahu – tabulky
  - relativní prodloužení – $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_1}$

| l_1 = původní délka
| Δl = prodloužení
| $l = l_1 + \Delta l$

$\Rightarrow \sigma_n = E \cdot \varepsilon \quad \rightarrow [E] = Pa$

↳ o kolik % své původní délky se může těleso protáhnout

- Teplotní roztažnost pevných těles
  - tyč o teplotě t_1 má délku l_1 ⇒ změna teploty o Δt ⇒ prodloužení Δl

$\Delta l = \alpha \cdot l_1 \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \alpha$ = teplotní součinitel délkové roztažnosti

$l - l_1 = \alpha \cdot l_1 \cdot \Delta t \quad \Rightarrow l = l_1(1 + \alpha \cdot \Delta t) \qquad [\alpha] = K^{-1}$

- Teplotní objemová roztažnost pevných těles

$$V = a \cdot b \cdot c \rightarrow \text{roztáhnu } a, b, c \Rightarrow V = V_1(1+\alpha \cdot \Delta t)^3 \qquad \approx 0 \ (\alpha \approx 10^{-5} K^{-1})$$

$$= V_1\underbrace{(1 + 3\alpha\Delta t + 3\alpha^2\Delta t^2 + \alpha^3\Delta t^3)}$$

- $\beta \doteq 3\alpha$ → teplotní součinitel objemové roztažnosti β

$\Delta V = \beta \cdot l_1 \cdot \Delta t \doteq 3\alpha \cdot l_1 \cdot \Delta t \quad \Rightarrow V = V_1(1 + \beta \cdot \Delta t)$

- Změna hustoty pevných látek

$\rho \doteq \rho_1(1 - \beta \cdot \Delta t)$ → s rostoucí teplotou se hustota snižuje

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_1(1+\beta \cdot \Delta t)} = \frac{m(1-\beta\Delta t)}{V_1(1-\beta^2 \cdot \Delta t^2)} \doteq \rho_1 \frac{(1-\beta\Delta t)}{1-0}$$

$\beta^2 \approx 0$

$\boxed{\Delta t = t - t_1}$

1) Struna o průměru 0,6 mm dlouhá 79,5 cm byla při ladění protažena silou 500 N na délku 803 mm. Vypočítejte modul pružnosti v tahu materiálu, ze kterého byla struna zhotovena, a relativní délkové prodloužení struny.
$\left(E = \frac{4F}{\pi d^2} \cdot \frac{l_0}{l - l_0} \doteq 176\ GPa;\ \varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \doteq 0{,}01 = 1\%\right)$

2) Ocelový pilíř obdélníkového profilu 5×10 cm vysoký 5 m se při zatížení zkrátil o 0,5 mm. Modul pružnosti v tlaku použité oceli je 200 GPa. Vypočítejte velikost normálového napětí v zatíženém pilíři a velikost síly způsobující deformaci pilíře.
$\left(\sigma_n = E\frac{\Delta l}{l} = 20\ MPa;\ F = E \cdot a \cdot b \cdot \frac{\Delta l}{l} = 100\ kN\right)$

3) Lano jeřábu má průměr 1 cm a při pokládání břemene o hmotnosti 2,5 tuny bylo odvinuto 15 m lana. Modul pružnosti v tahu oceli použité k výrobě lana je 180 GPa, tíhové zrychlení g = 10 m.s^{-2}. Vypočítejte délku, o kterou se lano zkrátí při odložení břemene.
$\left(\Delta l = l\frac{4mg}{\pi d^2 E + 4mg} \doteq 0{,}026\ m = 26\ mm\right)$

4) Pro závěs kyvadla věžních hodin byla použita mosazná tyč, která měla v létě při teplotě 27 °C délku 215 cm. Jakou délku v *mm* bude mít závěs kyvadla v zimě při teplotě -19 °C? Součinitel teplotní délkové roztažnosti mosazi je 20.10^{-6} K^{-1}.
$\left(l = l_1(1 + \alpha(t_2 - t_1)) \doteq 2148\ mm\right)$

5) Ocelová tyč o obsahu průřezu 10 cm^2 se dotýká oběma konci dvou masivních ocelových desek, kolmých k tyči. Jak velkou silou tlačí tyč na desky, zvýší-li se teplota o 15 °C? Teplotní součinitel délkové roztažnosti oceli je 12.10^{-6} K^{-1}, modul pružnosti v tahu je 200 GPa.

6) Měděný drát o délce 2 m a obsahu průřezu 3 mm^2 byl natažen silou o velikosti 90 N a prodloužil se o 0,5mm. Urči modul pružnosti v tahu mědi.

7) Mosazná trubka má při teplotě 20 °C délku 3 m. Teplotní součinitel délkové roztažnosti mosazi je 2.10^{-5}K^{-1}. Jakou délku v mm bude mít trubka při teplotě 70 °C?

1) $d = 0{,}6\,mm = 6\cdot 10^{-4}\,m$

$l_1 = 795\,mm = 795\cdot 10^{-3}\,m$

$F_p = 500\,N$

$l = 803\,mm = 803\cdot 10^{-3}\,m$

$E, \varepsilon = ?$

- $E = \frac{\sigma_n}{\varepsilon} \wedge \sigma_n = \frac{F_p}{S} \Rightarrow E = \frac{F_p}{S}\cdot\frac{1}{\varepsilon} = \frac{F_p}{\pi\cdot\frac{1}{4}d^2}\cdot\frac{l_1}{l-l_1}$

$\Rightarrow E = \frac{4\cdot 500}{\pi\cdot 36\cdot 10^{-8}}\cdot\frac{795\cdot 10^{-3}}{8\cdot 10^{-3}}\,Pa = \frac{795\cdot 5\cdot 10^{10}}{\pi\cdot 36\cdot 2}\,Pa \doteq \underline{\underline{176\,GPa}}$

- $\varepsilon = \frac{l-l_0}{l_0} = \frac{8\cdot 10^{-3}}{795\cdot 10^{-3}} \doteq \underline{\underline{1\%}}$

2) $S = 50\,cm^2 = 5\cdot 10^{-3}\,m^2$

$l_1 = 5\,m$

$\Delta l = 0{,}5\,mm = 5\cdot 10^{-4}\,m$

$E = 200\,GPa = 2\cdot 10^{11}\,Pa$

$\sigma_n, F = ?$

$\sigma_n = E\cdot\varepsilon = E\cdot\frac{\Delta l}{l_1}$

$\sigma_n = 2\cdot 10^{11}\cdot\frac{5\cdot 10^{-4}}{5}\,Pa$

$= 2\cdot 10^{7}\,Pa = \underline{\underline{20\,MPa}}$

- $F = \sigma_n\cdot S = \frac{E\cdot S\cdot\Delta l}{l} = \frac{2\cdot 10^{11}\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 5\cdot 10^{-4}}{5}\,N = \underline{\underline{100\,kN}}$

3) $d = 1\,cm = 10^{-2}\,m$

$m = 2{,}5\,t = 25\cdot 10^{2}\,kg$

$l = 15\,m$

$E = 180\,GPa = 18\cdot 10^{10}\,Pa$

$\Delta l = ?$

$\sigma_n = E\cdot\varepsilon = E\cdot\frac{\Delta l}{l_1} = E\cdot\frac{\Delta l}{l-\Delta l}$

$\Rightarrow l\cdot\sigma_n - \Delta l\cdot\sigma_n = E\cdot\Delta l \Rightarrow \Delta l(E+\sigma_n) = l\cdot\sigma_n$

$\Rightarrow \Delta l = \frac{l\cdot\sigma_n}{E+\sigma_n} \wedge \sigma_n = \frac{F_p}{S} = \frac{F_g}{\pi\cdot\frac{1}{4}d^2} = \frac{4F_g}{\pi\cdot d^2}$

$\Rightarrow \Delta l = l\cdot\frac{\frac{4F_g}{\pi d^2}}{E+\frac{4F_g}{\pi d^2}} = l\cdot\frac{4mg}{\pi d^2\cdot E + 4mg}$

$\Rightarrow \Delta l = 15\,\frac{4\cdot 25\cdot 10^2\cdot 10}{\pi\cdot 10^{-4}\cdot 18\cdot 10^{10} + 4\cdot 25\cdot 10^2\cdot 10}\,m = \frac{15\cdot 10^5}{18\pi\cdot 10^6 + 10^5}\,m$

$\Delta l = \frac{15}{180\pi + 1}\,m \doteq 0{,}026\,m = \underline{\underline{26\,mm}}$

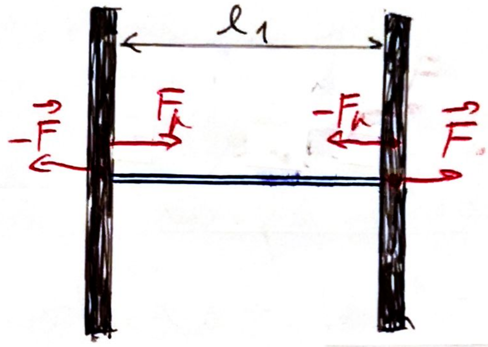
4) $t_1 = 27\,°C$
$l_1 = 215\ cm = 215\cdot10^{-2}\ m$
$t_2 = -19\,°C$
$\alpha = 2\cdot10^{-5}\ K^{-1}$

$l_2 = ?$

$l_2 = l_1(1+\alpha\Delta t) = l_1(1+\alpha(t_2-t_1))$
$l_2 = 2{,}15(1+2\cdot10^{-5}(-46))\ m$
$\underline{\underline{l_2 = 2148\ mm}}$

5) $S = 10\ cm^2 = 10^{-3}\ m^2$
$\Delta t = 15\,°C$
$\alpha = 12\cdot10^{-6}\ K^{-1}$
$E = 200\ GPa = 2\cdot10^{11}\ Pa$

$F = ?$



$F_p = F$

$$\left.\begin{aligned}&\sigma_n = \frac{F_p}{S} \Rightarrow F_p = F = \sigma_n S \quad \wedge \quad \sigma_n = E\cdot\frac{\Delta l}{l_1}\\ &\Rightarrow \Delta l = l - l_1 = l_1(1+\alpha\Delta t) - l_1 = l_1\alpha\Delta t\end{aligned}\right\} \sigma_n = E\cdot\frac{l_1\alpha\Delta t}{l_1}$$

$\Rightarrow F = E\alpha\Delta t S = 2\cdot10^{11}\cdot12\cdot10^{-6}\cdot15\cdot10^{-3}\ N = \underline{\underline{36\ kN}}$

6) $l_1 = 2\ m$
$S = 3\ mm^2 = 3\cdot10^{-6}\ m^2$
$\Delta l = 0{,}5\ mm = 5\cdot10^{-4}\ m$
$F = F_p = 90\ N$

$E = ?$

$\sigma_n = E\cdot\varepsilon \quad \wedge \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_1} \quad \wedge \quad \sigma_n = \frac{F_p}{S}$

$E = \frac{\sigma_n}{\varepsilon} = \frac{F_p}{S}\cdot\frac{l_1}{\Delta l}$

$E = \frac{90\cdot2}{15\cdot10^{-10}}\ Pa = 12\cdot10^{10}\ Pa = \underline{\underline{120\ GPa}}$

7) $t_1 = 20\,°C$
$l_1 = 3\ m$
$\alpha = 2\cdot10^{-5}\ K^{-1}$
$t_2 = 70\,°C$

$l_2 = ?$

$l_2 = l_1(1+\alpha(t_2-t_1))$
$l_2 = 3(1+2\cdot10^{-5}\cdot50)\ m$
$l_2 = 3(1+10^{-3})\ m = 3\cdot1{,}001\ m = 3{,}003\ m$
$\underline{\underline{l_2 = 3003\ mm}}$