PRŮBĚH FUNKCE

- Spojitost funkce – „fce f je spojitá, pokud lze nakreslit jednou čarou"
  - → funkce $f(x)$ je spojitá v bodě x_0 pokud platí:

    $$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$ – pokud neplatí $\Rightarrow x_0$ je bod nespojitosti

  - → funkce $f(x)$ je spojitá na intervalu $\langle a; b \rangle$, pokud jsou spojité všechny body na $(a; b)$ a bod a je spojitý zprava a b zleva

    $\Rightarrow$ funkce $f(x)$ je spojitá $\Leftrightarrow \forall x_0 \in D(f): \lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

- Body nespojitosti
  - body neodstranitelné nespojitosti

    $$\left. \begin{aligned} a &= \lim_{x \to x_0^-} f(x) \\ b &= \lim_{x \to x_0^+} f(x) \end{aligned} \right\} \quad a \neq b \;\vee\; a, b = \pm\infty \;\vee\; a, b \text{ neexistuje}$$

  - body odstranitelné nespojitosti

    $\lim_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$ → funkci $f(x)$ můžeme spojitě dodefinovat aby rovnost platila

    → příklad
    - $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} \Rightarrow Df = \mathbb{R} \setminus \{1\} \Rightarrow f(1)$ není definovaná

      $\Rightarrow x = 1$ je bod nespojitosti

    $$\Rightarrow f(1) = \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \to 1} (x+1) = 2$$

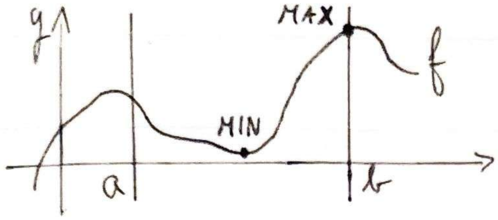
    $$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{pro } x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \\ 2 & \text{pro } x = 1 \end{cases}$$

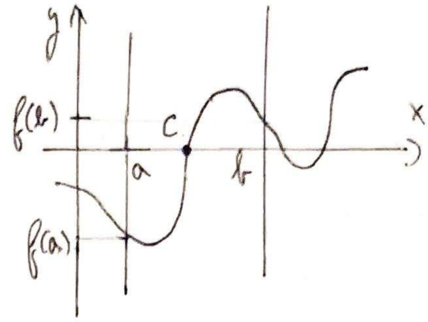
- Věty o spojitosti
  - Operace se spojitými funkcemi
    - → pokud jsou funkce $f(x)$ a $g(x)$ spojité v bodě x_0, pak jsou v bodě x_0 spojité i funkce:

      $k \cdot f(x)$, $f(x) \pm g(x)$, $f(x) \cdot g(x)$, $f(x) : g(x)$ – pokud $g(x_0) \neq 0$

• Weierstrassova věta

→ pokud je funkce $f(x)$ spojitá na intervalu $\langle a;b\rangle$, pak je na něm i omezená a nabývá na něm svého minima a maxima





• Darbouxova věta

→ pokud je funkce $f(x)$ spojitá na intervalu $\langle a;b\rangle$, pak na něm nabývá všech hodnot mezi svým maximem a minimem

• Bolzanova věta – vyplývá z D. věty

→ pokud je funkce $f(x)$ spojitá na intervalu $\langle a;b\rangle$ a $f(a)\cdot f(b) < 0$, pak existuje alespoň jeden bod $c \in \langle a;b\rangle$ takový, že $f(c)=0$

⇒ rovnice $f(x)=0$ má na $\langle a;b\rangle$ alespoň 1 řešení

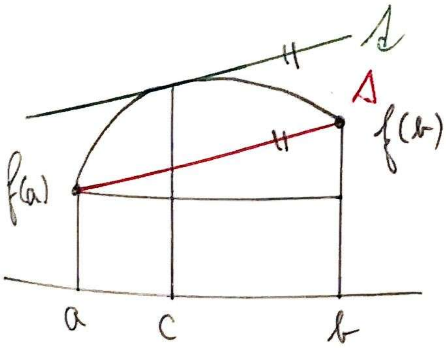
• Lagrangeova věta

→ pokud je funkce $f(x)$ spojitá na intervalu $\langle a;b\rangle$ a má v každém bodě na intervalu (a,b) derivaci, pak existuje bod

$c \in (a;b)$ takový, že platí $f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

→ směrnice $t = f'(c)$

→ směrnice $s = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$



- <u>Intervaly monotónnosti</u>

⇒ mám funkci $f(x)$ a zjistím její derivaci $f'(x)$

pokud je pro $\forall x \in (a;b)$
- $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ tam je rostoucí
- $f'(x) = 0 \Rightarrow f(x)$ tam je konstantní
- $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ tam je klesající

⇒ <u>příklady</u>

- $f(x) = \dfrac{x^2-4x+4}{x+1}$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{(2x-4)(x+1)-(x^2-4x+4)}{(x+1)^2} = \frac{2(x-2)(x+1)-(x-2)^2}{(x+1)^2} = \frac{(x-2)(2x+2-x+2)}{(x+1)^2} =$$

$$= \frac{(x-2)(x+4)}{(x+1)^2} \Rightarrow NB: 2, -4, -1$$

$$\begin{array}{ccccccc} --+ & & -++ & & -++ & & +++ \\ \oplus & -4 & \ominus & -1 & \ominus & 2 & \oplus \end{array}$$

⇒ $f(x)$ je pro
- $x \in (-\infty;-4) \cup (2;\infty)$ rostoucí
- $x \in \{-4;2\}$ konstantní
- $x \in (-4;-1) \cup (-1;2)$ klesající

- $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-6}{4-x}}$

$$\Rightarrow Df: \frac{x-6}{4-x} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-6}{x-4} \leq 0 \qquad \begin{array}{ccccc} -- & & +- & & ++ \\ \oplus & 4 & \ominus & 6 & \oplus \end{array} \Rightarrow Df = (4;6\rangle$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4-x}{x-6}} \cdot \frac{4-x+x-6}{(4-x)^2} = -\sqrt{\frac{4-x}{x-6}}\,\frac{1}{(4-x)^2} \Rightarrow NB: 4, 6$$

$$\begin{array}{ccccc} (+-)+ & & (--)+ & & (-+)+ \\ & 4 & \oplus & 6 & \end{array}$$

$x \in (4,6)$ $f'(x) < 0$

⇒ $f(x)$ je pro $x \in (4;6)$ klesající

• Extrémy funkce

1) máme funkci $f(x)$, která je derivovatelná → např. $|x|$ není

2) funkci $f(x)$ zderivujeme ⇒ máme $f'(x)$

3) vyřešíme rovnici $f'(x) = 0$, všechna s, která jsou řešení rovnice nazýváme stacionární body = body podezřelé z extrému

> extrémy funkce se nachází ve stacionárních bodech, ale ne v každém stacionárním bodu je extrém

4) najdeme druhou derivaci ⇒ $f''(x)$

5) vypočítáme funkční hodnotu $f''(x)$ ve všech stacionárních bodech s

- $f''(s) > 0$ ⇒ funkce $f(x)$ má v s minimum
- $f''(s) < 0$ ⇒ funkce $f(x)$ má v s maximum

} to lze vidět třeba na $f(x) = x^2$

- $f''(s) = 0$ ⇒ druhou derivací nelze rozhodnout ⇒ derivuju dál

6) najdeme třetí derivaci ⇒ $f'''(x)$

$f(x) = x^3$

- $f'''(s) \neq 0$ ⇒ funkce $f(x)$ má v s inflexní bod ⇒ není tam extrém
- $f'''(s) = 0$ ⇒ třetí derivací nelze rozhodnout ⇒ derivuju dál

7) najdeme čtvrtou derivaci ⇒ $f^4(x)$

- $f^4(s) > 0$ ⇒ minimum
- $f^4(s) < 0$ ⇒ maximum

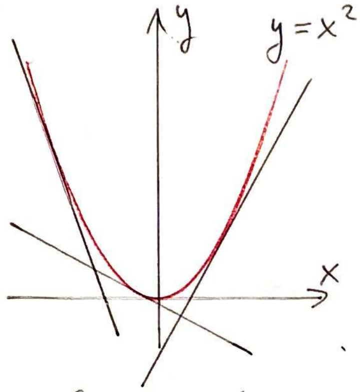
} $f(x) = x^4$

- $f^4(s) = 0$ ⇒ derivuju dál

8) derivuju, dokud nedostanu $f^{(n)}(s) \neq 0$

- n - liché ⇒ funkce $f(x)$ má v bodě s inflexní bod
- n - sudé ⇒ funkce $f(x)$ má v bodě s extrém
  - $f^{(n)}(s) > 0$ ⇒ minimum
  - $f^{(n)}(s) < 0$ ⇒ maximum

- **Konvexnost a konkávnost**
  - **konvexnost** – „důlek"
    - → funkce je v bodě x_0 konvexní, pokud existuje takový interval obsahující bod x_0, že všechny body grafu funkce z tohoto intervalu leží nad tečnou

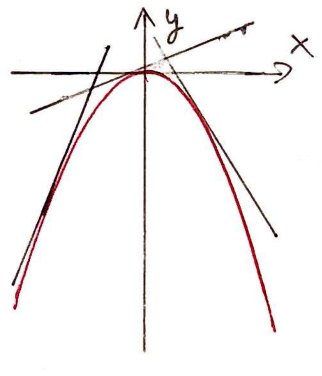


→ **fce klesá**
zmenšuje se rychlost klesání
⇒ $f'(x)$ je záporná a **roste**

→ **fce roste**
zvětšuje se rychlost růstu
⇒ $f'(x)$ je kladná a **roste**

⇒ funkce $f(x)$ je konkávní pokud $f'(x)$ roste
⇒ $f'(x)$ roste pokud je $f''(x) > 0$
⇒ **funkce $f(x)$ je v bodě x_0 ryze konvexní pokud $f''(x_0) > 0$**

  - **konkávnost** – „kopec"
    - → do konkávní funkce si vám nenaleju
    - → funkce je v bodě x_0 konkávní, pokud existuje takový interval obsahující bod x_0, že všechny body grafu funkce z tohoto intervalu leží pod tečnou



→ **fce roste**
zmenšuje se rychlost růstu
⇒ $f'(x)$ je kladná a **klesá**

→ **fce klesá**
zvětšuje se rychlost klesání
⇒ $f'(x)$ je záporná a **klesá**

⇒ funkce $f(x)$ je konkávní pokud $f'(x)$ klesá
⇒ a $f'(x)$ klesá pokud je $f''(x) < 0$
⇒ **funkce $f(x)$ je v bodě x_0 ryze konkávní pokud $f''(x_0) < 0$**

⇒ pokud je $f''(x_0) = 0$, tak je tam funkce f konvexní a konkávní zároveň → x_0 může být inflexní bod

• Inflexní body

⇒ inflexní bod je bod, kde se funkce mění z konvexní na konkávní nebo naopak

1, máme funkci $f(x)$, která je derivovatelná

2, najdu druhou derivaci ⇒ $f''(x)$

3, vyřeším rovnici $f''(x) = 0$, všechna i, která jsou řešením rovnice jsou body podezřelé z toho, že jsou inflexní

4, najdu třetí derivaci ⇒ $f'''(x)$ ↗ $f(x) = x^3$

- $f'''(i) \neq 0$ ⇒ funkce $f(x)$ má v bodě i inflexní bod
- $f'''(i) = 0$ ⇒ musím derivovat dál

5, derivuju dokud nedostanu $f^{(n)}(i) \neq 0$ $n = 5 \Leftrightarrow f(x) = x^5$

- n – sudé ⇒ funkce $f(x)$ má v bodě i extrém
- n – liché ⇒ funkce $f(x)$ má v bodě i inflexní bod

→ pokud nechci hledat třetí derivaci:

→ v inflexním bodu se mění znaménko druhé derivace

- konvexní ⊕ ⇒ konkávní ⊖
- konkávní ⊖ ⇒ konvexní ⊕

⇒ můžu dosadit hodnoty okolo inflexního bodu a přesvědčit se

→ pokud se tam znaménko nemění, tak tam je extrém

- konvexní ⊕ ⇒ konvexní ⊕ ⇒ minimum
- konkávní ⊖ ⇒ konkávní ⊖ ⇒ maximum

⇒ když hledám extrémy a nechci hledat vyšší derivace tak se takhle taky můžu přesvědčit

• Asymptoty

a = asymptota $\Leftrightarrow$ platí: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(f(x)-a(x)\right)=0$

→ „tečny na graf funkce v nekonečnu"

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(f(x)-kx-q\right)=0$

$\Downarrow$

• Asymptota se směrnicí

→ $k=\frac{\Delta y}{\Delta x}$

$a: y = kx + q$ → $k=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}\neq\pm\infty \ \wedge\ q=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(f(x)-k\cdot x\right)\neq\pm\infty$

→ „tečna v nekonečnu na ose x"

funkce může mít víc asymptot

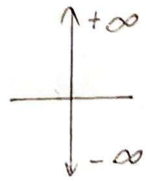
$k_1=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$ ⇒ $q_1, q_2 \dots$

$k_2=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$

• Asymptota bez směrnice

→ rovnobieža s osou y

→ „tečna v nekonečnu na ose y"



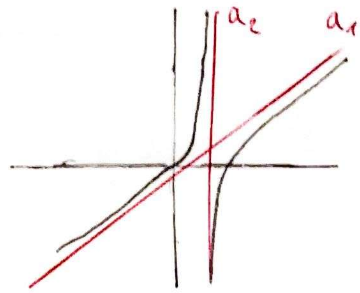
⇒ je v bodě kde funkce f není definovaná a existuje alespoň jedna jednostranná nevlastní limita v tomto bodě

$\Rightarrow$ pokud $x_0\notin D(f)\ \wedge\ \lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\pm\infty\ \vee\ \lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\pm\infty$

pak je v bodě x_0 asymptota: $a: x = x_0$

• příklad

$\Rightarrow f(x)=\frac{x^2-3x}{2x-2}$ ⇒ najdi všechny asymptoty



• se směrnicí

$k=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-3x}{2x^2-2x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$q=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(f(x)-k\cdot x\right)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x^2-3x}{2(x-1)}-\frac{x}{2}\right)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-3x-x^2+x}{2x-2}=$

$=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{-2x}{2x-2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{-2}{2}=\underline{\underline{-1}}$

$\Rightarrow a_1: y=\frac{1}{2}x-1$

• bez směrnice

$D(f)=R\setminus\{1\}$ ⇒ $x = 1$ by mohla být asymptota

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x}{2x-2}=\left\|\frac{1-3}{0^+}\right\|=\underline{\underline{-\infty}}$

$\Rightarrow a_2: x=1$

• ASYMPTOTA MŮŽE PROTÍNAT KŘIVKU

⇒ vzdálenost mezi křivkou a asymptotou se blíží k nule když x jde do nekonečna

• Desatero průběhu funkce

1, definiční obor + parita + periodičnost

2, stacionární body + body s nedefinovanou 1. derivací

3, extrémy + intervaly monotónnosti

4, body podezřelé z inflexe + body s nedefinovanou 2. derivací

5, inflexní body + intervaly konvexnosti a konkávnosti

6, průsečíky s osami

7, asymptoty

8, limity v bodech nespojitosti a nekonečnu

9, obor hodnot

10, graf funkce

• Příklady

51, $g: y = x^3 - \frac{9}{2}x^2$

a, intervaly monotónnosti

$g'(x) = 3x^2 - 9x \to 3x^2 - 9x < 0 \Rightarrow x(x-3) < 0 \Rightarrow x \in (0;3)$

• klesající – $x \in (0;3)$

• rostoucí – $x \in (-\infty;0) \cup (3;\infty)$

b, extrémy

$S = \{0;3\} \wedge g''(x) = 6x - 9$

• $x = 0: g''(x) = -9 < 0 \Rightarrow$ maximum $\Rightarrow y = 0$

• $x = 3: g''(x) = 9 > 0 \Rightarrow$ minimum $\Rightarrow y = 27 - \frac{81}{2} = -\frac{27}{2} = -13\frac{1}{2}$

c, průsečíky s osami

$x = 0: y = 0 \Rightarrow g(x) \cap \vec{y} = [0;0]$

$y = 0: x^2(x - \frac{9}{2}) = 0 \to x = 0 \vee x = \frac{9}{2} \Rightarrow g(x) \cap x = \{[0;0]; [\frac{9}{2};0]\}$

pokračování na druhé straně

d, tečny v bodech $T_1[0;0]$, $T_2[3;-13\frac{1}{2}]$, $T_3[\frac{3}{2};-6\frac{3}{4}]$

$g(x)=x^3-\frac{9}{2}x^2 \Rightarrow g'(x)=3x^2-9x \to g'(0)=0 \mid g'(3)=0 \mid g'(\frac{3}{2})=-\frac{27}{4}$

$t_3: y+\frac{27}{4} = -\frac{27}{4}(x-\frac{3}{2})$

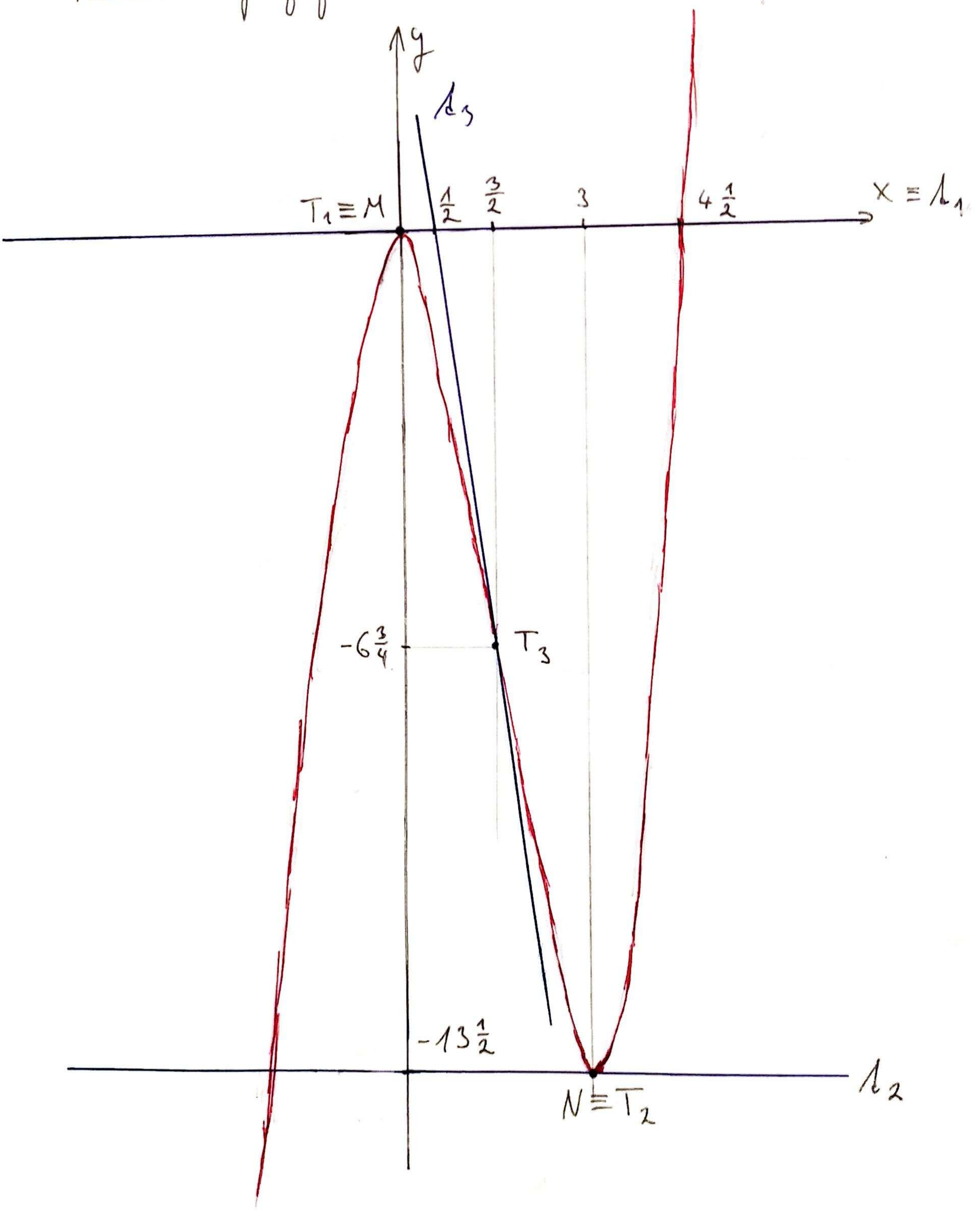
$y = -\frac{54}{8} - \frac{27}{4}x + \frac{81}{8} \Rightarrow t_3: y = -6\frac{3}{4}x + 3\frac{3}{8}$

$\hookrightarrow t_3 \cap \vec{x}: \frac{27}{4}x = \frac{27}{8} \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

$t_1: y=0$

$t_2: y+\frac{27}{2}=0 \Rightarrow t_2: y=-13\frac{1}{2}$

e, nakresli graf funkce: $M=[0;0]$ $N=[3;-13\frac{1}{2}]$ $P=[4\frac{1}{2};0]$



→ příklady na asymptoty

- $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$ → $x \neq 0 \wedge x > 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}^+$

a) asymptoty bez směrnice → zkusím $x = 0$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln(x)}{x} = \left\| \frac{-\infty}{0^+} \right\| = \| -\infty \cdot \infty \| = -\infty \Rightarrow as_1 : x = 0$$

b) asymptoty se směrnicí

$$k_1 = \lim_{x \to \infty} \frac{\ln(x)}{x^2} = 0 \quad \wedge \quad k_2 = \lim_{x \to -\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} \text{ neexistuje} \Leftrightarrow -\infty \notin D_f$$

$$\Rightarrow q_1 = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{\ln x}{x} - 0 \right) = 0 \Rightarrow as_2 : y = 0x + 0 = 0$$

- $f(x) = \frac{x^2 - 1}{1 - e^x}$ → $1 \neq e^x \Rightarrow x \neq 0$

a) zkusím $x = 0$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^2 - 1}{1 - e^x} = \left\| \frac{0 - 1}{1 - 1^+} \right\| = \left\| \frac{-1}{0^-} \right\| = \infty \Rightarrow as_1 : x = 0$$

b) asymptoty se směrnicí

$$k_1 = \lim_{x \to \infty} \frac{x - \frac{1}{x}}{1 - e^x} = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{-e^x} = 0$$

$$k_2 = \lim_{x \to -\infty} \frac{x - \frac{1}{x}}{1 - e^x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{-e^x} = \left\| \frac{1}{-e^{-\infty}} \right\| = \| -e^{\infty} \| = -\infty$$

→ aby to byla asymptota, tak ta limita musí být vlastní

$$\Rightarrow q_1 = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{1 - e^x} - 0 \right) = 0 \Rightarrow as_2 : y = 0$$

→ Kompletní průběh funkce

⇒ Df, vlastnosti, monotónnost, stac. body, křivost, limity v krajních bodech Df, asymptoty, Hf, graf

• $f(x) = \frac{1}{2}x + \operatorname{arctg}(x)$ → $D(f) = \mathbb{R}$, $Hf = \mathbb{R}$

→ $\frac{1}{2}x$ i $\operatorname{arctg}(x)$ jsou liché fce ⇒ $f(x)$ je lichá ⇒ $[0;0] \in f(x)$

→ $Hf = \mathbb{R}$ ⇒ $f(x)$ není omezená

→ $\frac{1}{2}x$ i $\operatorname{arctg}(x)$ jsou rostoucí na celém Df ⇒ $f(x)$ je rostoucí

→ $f(x)$ je ryze monotónní ⇒ $f(x)$ je prostá

→ $\frac{1}{2}x$ ani $\operatorname{arctg}(x)$ nejsou periodické ⇒ $f(x)$ není periodická

→ $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{x^2+1} > 0$ pro každé $x \in \mathbb{R}$

⇒ $f(x)$ je rostoucí, stacionární body $= A = \emptyset$

→ $f''(x) = \frac{0-2x}{(x^2+1)^2} = -\frac{2x}{(x^2+1)^2}$

$f''(x) = 0 \iff x = 0$ ⇒ v $x=0$ může být inflexní bod

$f''(-1) = \frac{2}{(1+1)^2} = \frac{1}{2}$ ⇒ $f(x)$ je pro $x \in (-\infty;0)$ konvexní

$f''(1) = \frac{-2}{(1+1)^2} = -\frac{1}{2}$ ⇒ $f(x)$ je pro $x \in (0;\infty)$ konkávní

⇒ $f(x)$ má v $x=0$ inflexní bod

→ $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty \wedge \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

→ $f(x)$ nemá žádné as. bez směrnice

→ as. se směrnicí

$$k_1 = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{2} + \frac{\operatorname{arctg}(x)}{x}\right) = \left\|\frac{1}{2} + \frac{\frac{\pi}{2}^-}{\infty}\right\| = \frac{1}{2}$$

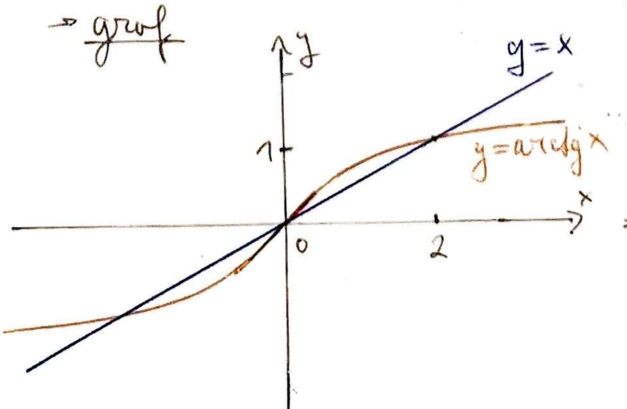
$$k_2 = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{2} + \frac{\operatorname{arctg}(x)}{x}\right) = \left\|\frac{1}{2} + \frac{-\frac{\pi}{2}^+}{-\infty}\right\| = \frac{1}{2}$$

$\Big\}\ k = \frac{1}{2}$

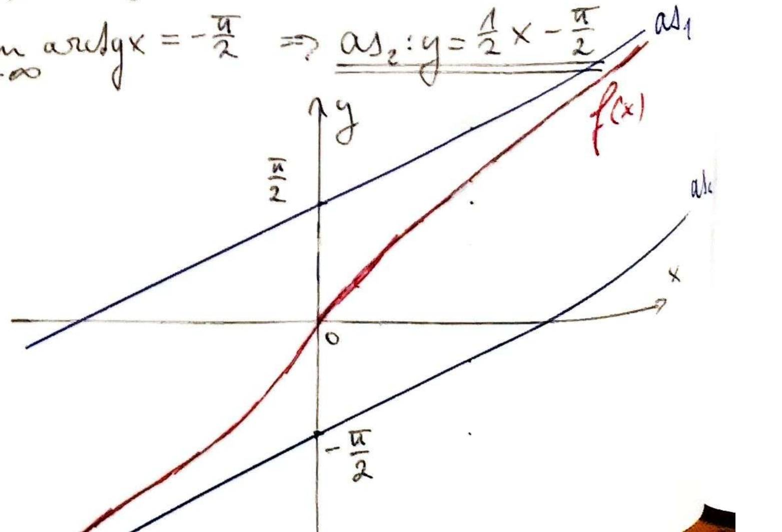
$q_1 = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{2}x + \operatorname{arctg}x - \frac{1}{2}x\right) = \lim_{x\to\infty} \operatorname{arctg}x = \frac{\pi}{2}$ ⇒ $\underline{as_1 : y = \frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}}$

$q_2 = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{2}x + \operatorname{arctg}x - \frac{1}{2}x\right) = \lim_{x\to-\infty} \operatorname{arctg}x = -\frac{\pi}{2}$ ⇒ $\underline{as_2 : y = \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{2}}$

→ graf



⇒



• $g(x) = x e^x$ → $D(g) = \mathbb{R}$

→ x je lichá fce, e^x nemá paritu ⇒ $g(x)$ nemá paritu

→ $g(x)$ není periodická

→ $g'(x) = e^x + xe^x$ → $g'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x(1+x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow \Delta = \{-1\}$

→ $g''(x) = 2e^x + xe^x$ → $g''(-1) = 2e^{-1} - e^{-1} = e^{-1} > 0$ ⇒ v $x = -1$ je minimum

↳ $g(-1) = -e^{-1}$

⇒ $g(x)$ je pro $x \in (-\infty; -1)$ klesající

⇒ $g(x)$ je pro $x \in (-1; \infty)$ rostoucí

⇒ $g(x)$ není prostá a je omezená zdola

→ $g''(x) = 0 \Leftrightarrow e^x(2+x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ ⇒ v $x = -2$ může být i. bod

$g''(-3) = 2e^{-3} - 3e^{-3} = -e^{-3} < 0$ ⇒ $g(x)$ je pro $x \in (-\infty; -2)$ konkávní

$g''(-1) = 2e^{-1} - e^{-1} = e^{-1} > 0$ ⇒ $g(x)$ je pro $x \in (-2; \infty)$ konvexní

⇒ $g(x)$ má v $x = -2$ inflexní bod

→ $\lim_{x \to \infty} g(x) = \infty$ ⇒ $g(x)$ není omezená shora ⇒ $H(g) = \langle -\frac{1}{e}; \infty)$

→ $\lim_{x \to -\infty} x e^x = \| -\infty \cdot 0 \| = \lim_{x \to -\infty} \frac{x}{e^{-x}} = \left\| \frac{-\infty}{\infty} \right\| = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = \left\| \frac{1}{-e^{\infty}} \right\| = 0$

→ $g(x)$ nemá žádné asymptoty bez směrnice

→ as. se směrnicí

$k_1 = \lim_{x \to \infty} e^x = \infty$ ⇒ není asymptota

$k_2 = \lim_{x \to -\infty} e^x = \| e^{-\infty} \| = 0$

→ $q_1 = \lim_{x \to \infty} (xe^x - 0) = \infty$ ⇒ není asymptota

→ $q_2 = \lim_{x \to -\infty} (xe^x - 0) = 0$ ⇒ as: $y = 0$

→ graf: $[0; 0]$; $[-1; -e^{-1}] \doteq [-1; -0{,}4]$, $x = -2$ - inflexní bod